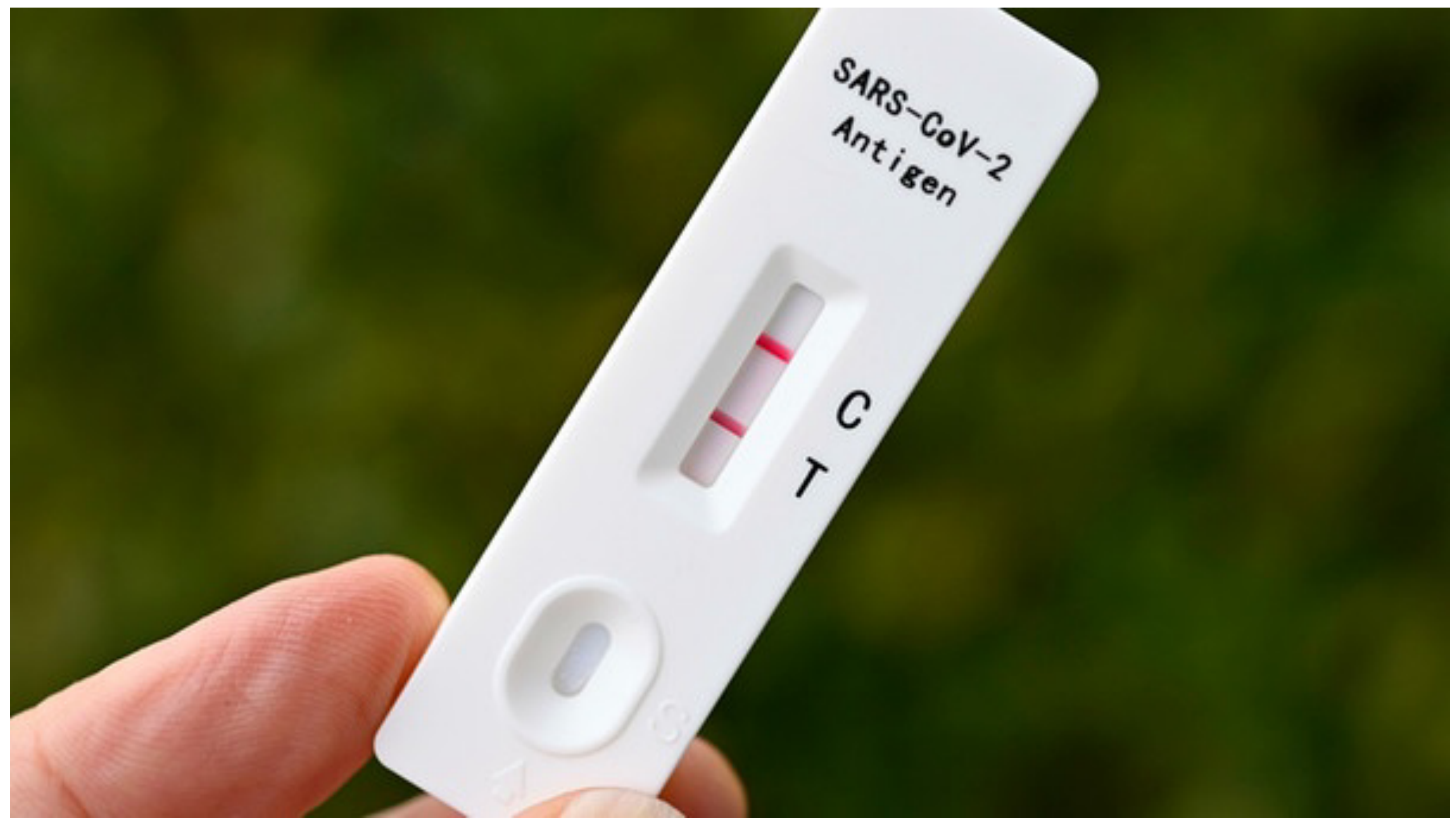

SARS-CoV-2
Antigen
C
T

Aufgabe 1

Es wird angenommen, dass 10% einer Personengruppe an Corona erkrankt ist. Die Antigen-Schnelltests zum Nachweis des Corona-Virus arbeiten leider nicht genau. Sie zeigen bei erkrankten Personen das Virus mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% an. Leider zeigen die Schnelltests auch bei gesunden Personen mit einer Wahrscheinlichkeit von 10% ein positives Ergebnis, also den Nachweis des Virus, obwohl die Person gar nicht erkrankt.

a) Verwenden Sie folgende Abkürzungen und stellen Sie die Situation in einem vollständigen Baumdiagramm dar.

C = Person ist an Corona erkrankt $\qquad \overline{C}$ = Person ist nicht an Corona erkrankt

P = Schnelltest ist positiv $\qquad N$ = Schnelltest ist negativ

b) Ermitteln Sie die totalen Wahrscheinlichkeiten $P(P)$ und $P(N)$ und erläutern Sie deren Bedeutung!

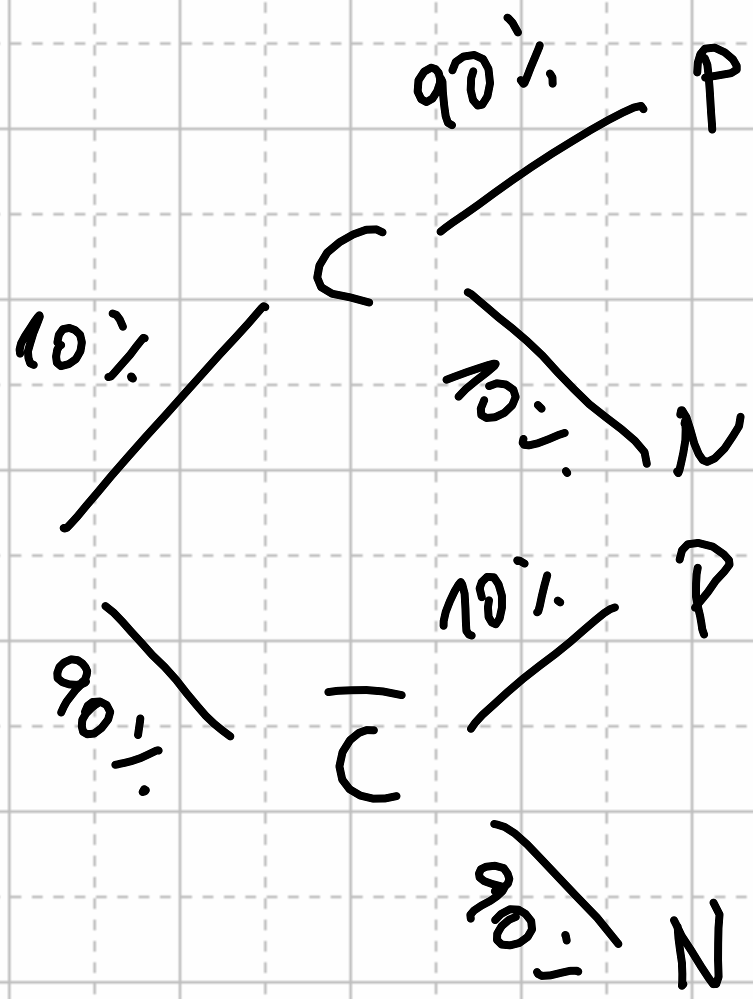
c) Erstellen Sie nun das sogenannte inverse Baumdiagramm, in dem Sie die Ereignisse P und N auf der 1. Stufe darstellen und vervollständigen Sie die Wahrscheinlichkeiten und Bezeichnungen, um ein vollständiges Baumdiagramm zu erhalten.

d) Lesen Sie im vollständigen inversen Baumdiagramm die Wahrscheinlichkeit ab, dass eine Person, die einen positiven Schnelltest hatte, doch nicht an Corona erkrankt ist und verwenden Sie die korrekte Schreibweise für diese bedingte Wahrscheinlichkeit! Erläutern Sie Ihre Berechnung!

Aufgabe 1

(*) Die Bedingte W. dass eine Person mit einem positiven Test tatsächlich Corona hat liegt bei 50 %.

a) vollständiges Baumdiagramm



$P(P \cap C) = 9\%$

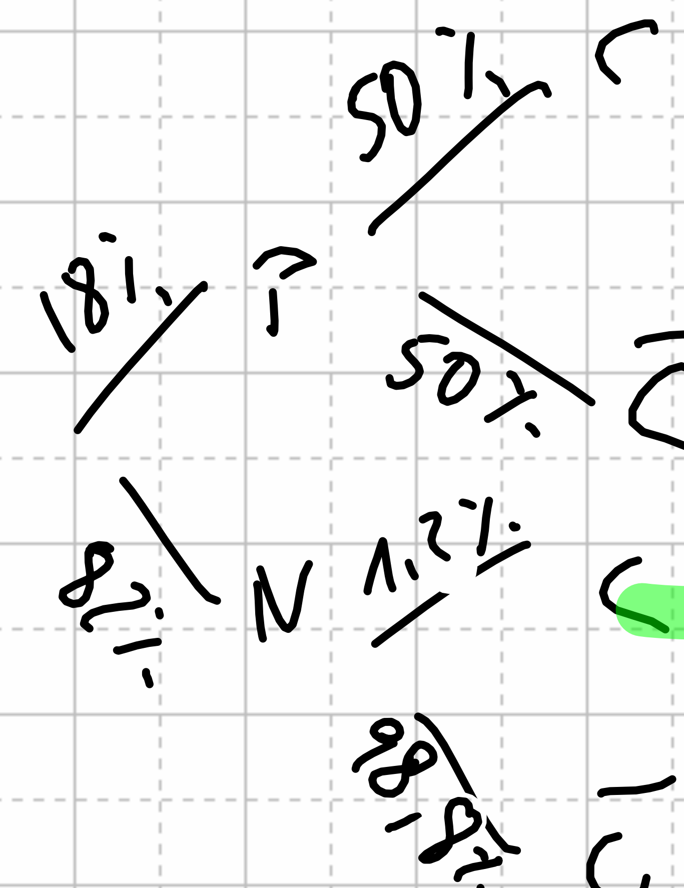
$P(C \cap N) = 1\%$

$P(\bar{C} \cap P) = 9\%$

$P(\bar{C} \cap N) = 81\%$

b) $P(P) = 18\%$ $\quad P(N) = 82\%$

c) inverses Baumdiagramm



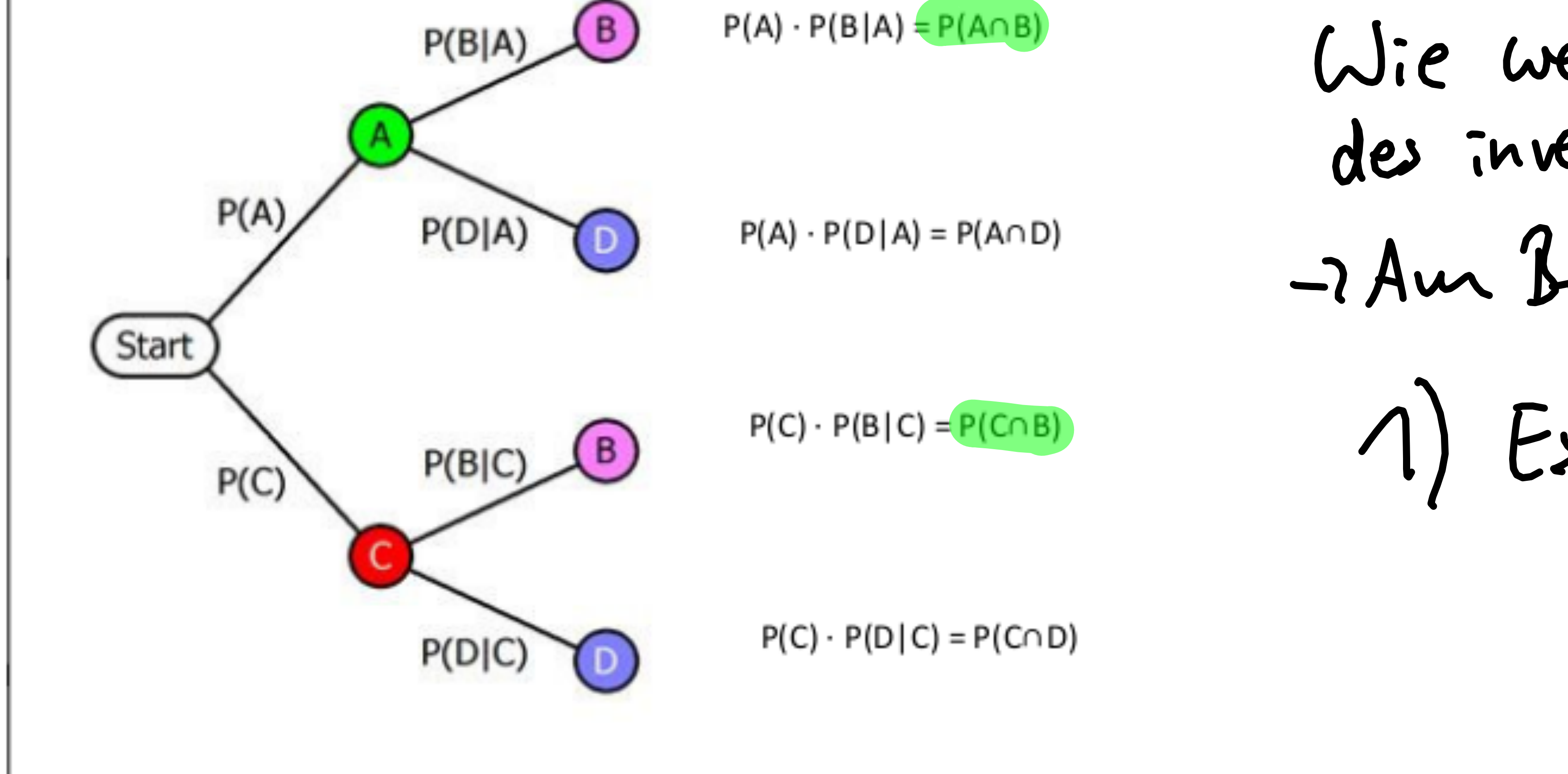
$P(P \cap C) = 9\%$

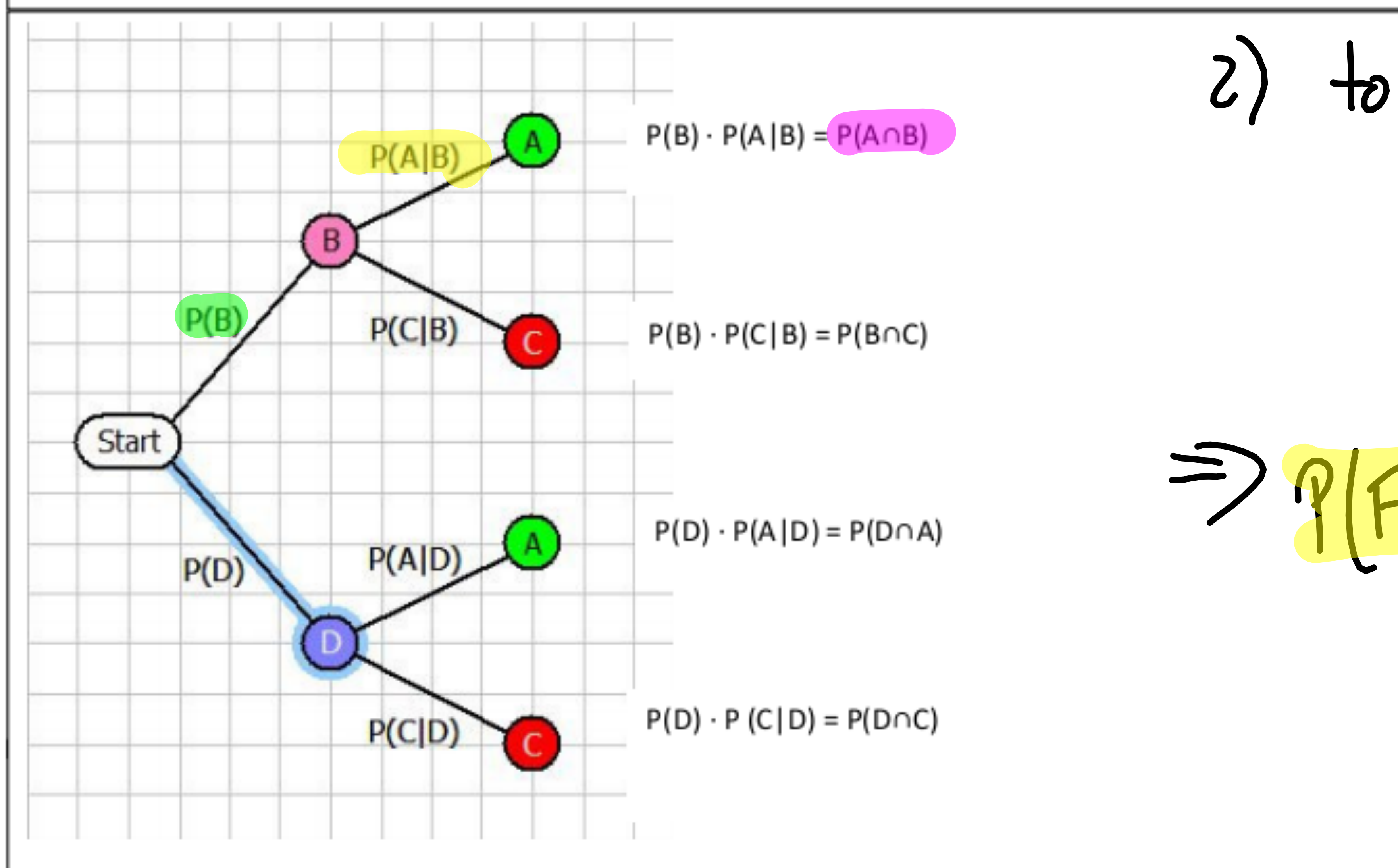
$P(P \cap \bar{C}) = 9\%$

$P(N \cap C) = 1\%$

$P(N \cap \bar{C}) = 81\%$

$$\boxed{\frac{P(P \cap C)}{P(P)} = P(C \mid P)} \quad (*)$$





Wie werden die bedingten W. auf der 2. Stufe des inversen Baumdiagramms berechnet?

→ Am Beispiel $P(A|B)$

1) Es gilt: $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$\left(= \dfrac{\text{Pfadendwahrscheinlichkeit}}{\text{totale W.}}\right)$

2) totale W. aus erstem Baumdiagramm

$$P(B) = P(A \cap B) + P(C \cap B)$$

(2. Pfadregel)

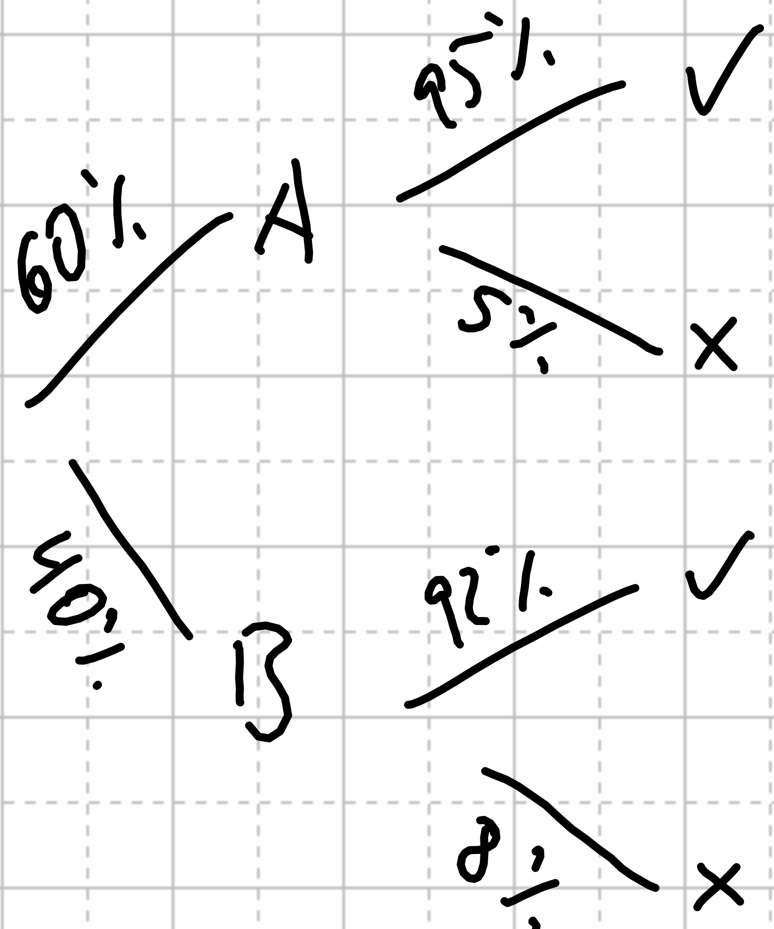
$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B) + P(C \cap B)}$$

Satz von Bayes

Aufgabe: Eine Firma erhält 60 % der Ware von Firma A und den Rest von Firma B. Ausschussquote von A ist 5 %, bei B sind es 8 %.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine zufällig ausgewählte Ware Ausschuss?

b) " " " " eine Ausschussware von Firma B?



$P(A \cap \checkmark) = 57\%$

$P(A \cap \times) = 3\%$

$P(B \cap \checkmark) = 36{,}8\%$

$P(B \cap \times) = 3{,}2\%$

a) $P(\times) = P(A \cap \times) + P(B \cap \times)$

$= 6{,}2\%$

b) $P(B \mid \times) = \dfrac{P(B \cap \times)}{P(\times)}$

$= \dfrac{3{,}2\%}{6{,}2\%} = 51{,}6\%$ ✓