

Aufgabe 1:

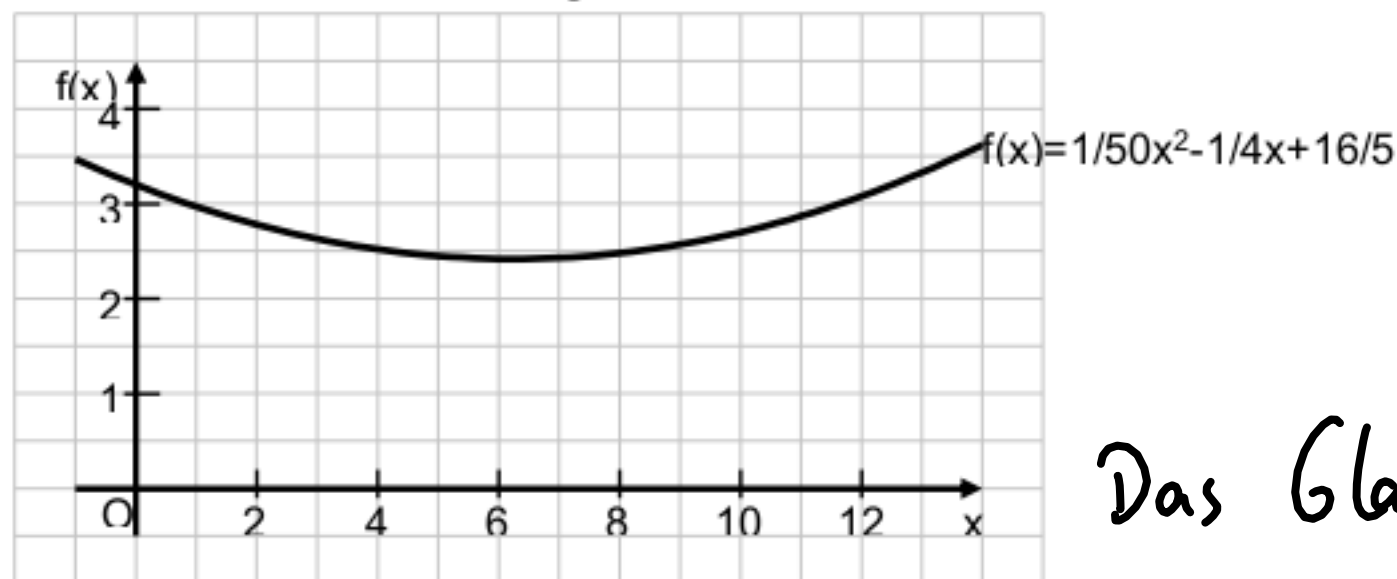
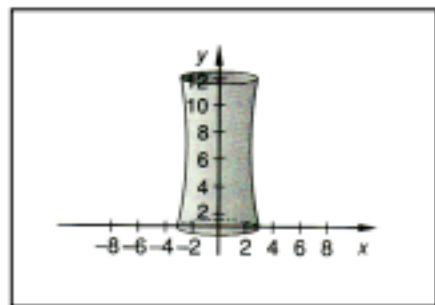
Eine Brauerei hat von einem Designer ein Bierglas in der unten abgebildeten Form mit einer inneren Höhe von 12 cm entwerfen lassen (Abbildung 1).

Der Verlauf der Innenwand lässt sich bei geeigneter Darstellung im Koordinatensystem durch die

$$f(x) = \frac{1}{50}x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{16}{5}$$

Funktion beschreiben (Hinweis: Der Ordinatenabschnitt von f entspricht dem Bodenradius des Bierglases bezogen auf cm).

a) Bestimmen Sie die Volumenmaßzahl des Glases und geben Sie das Volumen in dm^3 an.



$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ dm}^3 &= 1 \text{ dm} \cdot 1 \text{ dm} \cdot 1 \text{ dm} \\ &= 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \\ &= 1000 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$1 \text{ dm}^3 \hat{=} 1 \text{ l}$$

$$a) V = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2 dx$$

$$V = \pi \cdot \int_0^{12} (f(x))^2 dx = 268,53$$

$f(x)$ vorher im (AS) definieren

$$F(x) :=$$

Das Glas hat ein Volumen von $268,53 \text{ cm}^3$.

$$\hookrightarrow V = 0,26853 \text{ dm}^3 \approx 0,27 \text{ dm}^3 \hat{=} 0,27 \text{ l}$$

Frage: In welcher Höhe müsste der Eichstrich für $0,25 \text{ l}$ angebracht werden?

$$\text{Ansatz: } V = 250 \Leftrightarrow V = \pi \cdot \int_0^b (f(x))^2 dx = 250$$

$$\text{mit solve} \left(\pi \int_0^b (f(x))^2 dx = 250, b \right) \Leftrightarrow b = 11,35$$

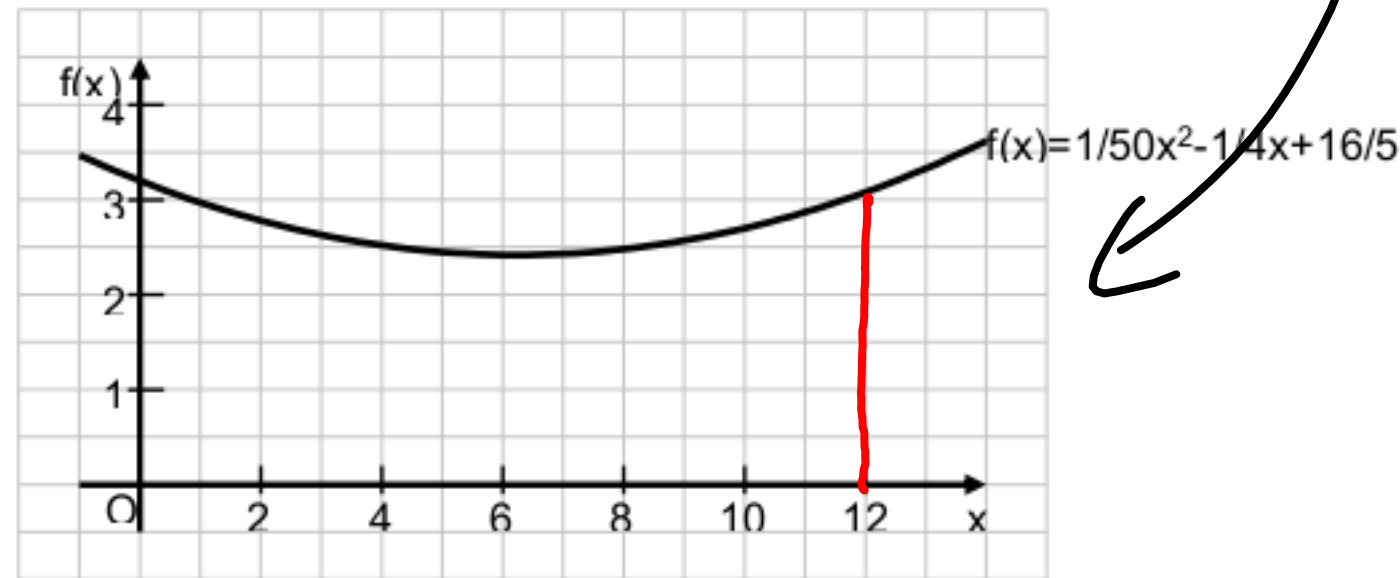
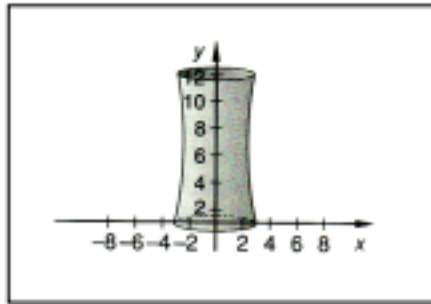
Aufgabe 1:

Eine Brauerei hat von einem Designer ein Bierglas in der unten abgebildeten Form mit einer inneren Höhe von 12 cm entwerfen lassen (Abbildung 1).

Der Verlauf der Innenwand lässt sich bei geeigneter Darstellung im Koordinatensystem durch die

Funktion $f(x) = \frac{1}{50}x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{16}{5}$ beschreiben (Hinweis: Der Ordinatenabschnitt von f entspricht dem Bodenradius des Bierglases bezogen auf cm).

a) Bestimmen Sie die Volumenmaßzahl des Glases und geben Sie das Volumen in dm^3 an.



Durchmesser des Glases
an der Öffnung:

$$\text{ablesen: } 2 \cdot 3 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

$$\text{exakt: } 2 \cdot f(12) =$$

$$2 \cdot \left(\frac{1}{50} \cdot 12^2 - \frac{1}{4} \cdot 12 + \frac{16}{5} \right) =$$

$$2 \cdot 3,08 \text{ cm} = \underline{\underline{6,16 \text{ cm}}}$$

Aufgabe 3:

Die Parabel $f(x) = -0,25x^2 + 4$ und die x -Achse schließen eine Fläche ein, die um die x -Achse rotiert. Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers.

Aufgabe 4:

Die Funktionen $f(x) = x^2 - 2x + 6$ und $g(x) = -x^2 + 10$ schließen eine Fläche ein, die um die x -Achse rotiert. Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers.

Aufgabe 5:

Die Fläche zwischen den Kurven $f(x) = x$ und $g(x) = x^3$ rotiert um die x -Achse. Das Volumen des Rotationskörpers ist gesucht.

Aufgabe 2

Ein Anbieter von Streaming-Diensten macht in einem großen Elektronikmarkt eine Umfrage über deren Verbreitung. Dabei geht es insbesondere um die Streaming-Dienste „DAZN“ und „Netflix“. Von 1.000 Kunden gaben 685 bei der Umfrage an, dass sie mindestens einen der beiden Anbieter abonniert haben. Den Streaming-Dienst „DAZN“ haben 535 Kunden im Abo und 630 Kunden haben kein „Netflix“.

- a) Füllen Sie mit Hilfe von zwei geeignet definierten Ereignissen A und B die Vierfeldertafel vollständig aus.

Ermitteln Sie mit Hilfe dieser Vierfeldertafel, wie viele Kunden

- b) beide Streaming-Dienste abonniert haben.
c) nur ein Netflix-Abo besitzen.

Aufgabe 3

Bei einer Produktion von USB-Sticks werden nacheinander zunächst die Funktionsfähigkeit und anschließend der Barcode geprüft. Die erste Prüfung wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 92% bestanden, die zweite mit einer Wahrscheinlichkeit von 90%. Die Sticks werden verkauft, wenn beide Prüfungen bestanden wurden.

- a) Stellen Sie das Prüfungsverfahren als Baumdiagramm dar und beschriften Sie dieses vollständig mit Wahrscheinlichkeiten und Ergebnissen.
b) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein USB-Stick nicht verkauft wird.

Aufgabe 4

Ahmet schlägt seinem Freund Mustafa folgendes Spiel vor: Es wird mit zwei Würfeln gewürfelt. Bei einer Augensumme von 2 oder 3 erhält Ahmet von Mustafa 5 €. Bei einer Augensumme von 4, 5 oder 6 erhält Ahmet von Mustafa 2 €. Bei einer Augensumme von 7 passiert gar nichts und bei allen anderen Augensummen muss Ahmet an Mustafa 2,50 € bezahlen.

- a) Definieren Sie eine geeignete Zufallsvariable und geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung

Aufgabe 6

Beim Lotto in Schweden müssen 7 Zahlen von 1 bis 35 richtig vorhergesagt werden. Die Reihenfolge der gezogenen Kugeln spielt dabei keine Rolle.

- a) Wie viele verschiedene Kombinationen sind möglich? (2P.)
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sagt man die 7 gezogenen Zahlen richtig voraus?
- c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat man von den 7 gezogenen Kugeln genau 5 richtig? (Achten Sie auf die Definition einer geeigneten Zufallsvariable!)
- e) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat man von den 7 gezogenen Kugeln mindestens 2 richtig? (Achten Sie auf die Definition einer geeigneten Zufallsvariable!)

$$b) \frac{1}{6\,724\,520}$$

Formel: Lotto-Formel

$$P(7 \text{ Richtige}) = \frac{\binom{7}{7} \cdot \binom{28}{0}}{\binom{35}{7}}$$

$$c) P(5 \text{ Richtige}) = \frac{\binom{7}{5} \cdot \binom{28}{2}}{\binom{35}{7}} = 0,00118 \\ = 0,118\%$$

Lotto: Urnenmodell

↳ ohne Zurücklegen

↳ ohne Beachtung der Reihenfolge

Anzahl Kugeln: n

" Ziehungen: k

$$a) \text{ Binomialkoeffizient } \binom{n}{k} \\ \binom{35}{7} = 6\,724\,520$$

man $\rightarrow 5 \rightarrow 3$ $nCr(35,7)$

Es gibt 6 724 520 mögliche Kombinationen.

$$\rightarrow \text{CAS: } \frac{nCr(7,5) \cdot nCr(28,2)}{nCr(35,7)}$$

Aufgabe 7

Der Betreiber einer Webseite programmiert eine automatische Überprüfung der Sicherheit des eingegebenen Kundenpassworts. Dabei stehen für ihn zwei Alternativen zur Auswahl: Variante 1: ein mindestens 5-stelliger Code bestehend aus den **52** kleinen und großen Buchstaben des Alphabets oder Variante 2: ein mindestens 4-stelliger Code bestehend aus den 94 möglichen Ziffern, Klein- und Großbuchstaben und Sonderzeichen.

- a) Begründen Sie, welche der beiden Varianten sicherere ist.
- b) Ermitteln Sie die maximale Dauer eines Brute-Force-Angriffs (also das Probieren aller möglichen Passwörter) wenn bei der ersten Variante ein 5-stelliges Passwort und bei der zweiten Variante ein 4-stelliges Passwort gewählt wird, wenn Sie davon ausgehen, dass ein normaler PC in der Lage ist, 2 Milliarden Passwörter pro Sekunde zu überprüfen. Runden Sie auf drei Stellen nach dem Komma.

Urnenmodell

↳ mit Zurücklegen

↳ mit Beachtung der Reihenfolge

Anzahl Kugeln (Zeichen / Ziffern): n

" Ziehungen (Stellen des Passworts): k

Anzahl aller möglichen

Variationen n^k

a) Variante 1

$$52^5 = 380\ 204\ 032 \text{ mögliche Passwörter}$$

Variante 2

$$94^4 = 78\ 074\ 896 \text{ mögliche Passwörter}$$

⇒ Die Variante 1 ist die sicherere, da es mehr Möglichkeiten gibt.

b) Maximale Dauer der Brute-Force-Attacke

$$V1: \frac{380\ 204\ 032}{2\ 000\ 000\ 000} = 0,190 \text{ Sekunden}$$

$$V2: \frac{78\ 074\ 896}{2\ 000\ 000\ 000} = 0,039 \text{ Sekunden}$$

Aufgabe 4

Ahmet schlägt seinem Freund Mustafa folgendes Spiel vor: Es wird mit zwei Würfeln gewürfelt. Bei einer Augensumme von 2 oder 3 erhält Ahmet von Mustafa 5 €. Bei einer Augensumme von 4, 5 oder 6 erhält Ahmet von Mustafa 2 €. Bei einer Augensumme von 7 passiert gar nichts und bei allen anderen Augensummen muss Ahmet an Mustafa 2,50 € bezahlen.

- Definieren Sie eine geeignete Zufallsvariable und geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung an.
- Berechnen Sie den Erwartungswert der definierten Zufallsvariable.
- Begründen Sie, ob das Spiel Ihrer Meinung nach fair ist.

a) ZV X : Gewinn in € aus Sicht von Mustafa ← Sicht ist wählbar

<u>W. Verteilung</u> :	X_i	$x_1 = -5$	$x_2 = -2$	$x_3 = 0$	$x_4 = 2,50$
	$P(X=x_i)$	$\frac{3}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{15}{36}$

b) $E(X) = -5 \cdot \frac{3}{36} - 2 \cdot \frac{12}{36} + 0 \cdot \frac{6}{36} + 2,50 \cdot \frac{15}{36} = -0,041$

c) Das Spiel ist für Mustafa nicht fair, da er auf lange Sicht pro Runde ca 4 Cent verliert.
Es gilt $6^2 = 36$ gleich wahrscheinliche Ergebnisse (Laplace).