Aufgabe 1:

In einem Mathe-Kurs soll anhand einer kleinen Stichprobe untersucht werden, ob das Geschlecht die Wahl des Verkehrsmittels beeinflusst. Alle Schüler*innen wurden gefragt, ob sie mit dem Auto zur Schule kommen oder nicht. Es gab folgendes Ergebnis: Im Kurs sind 21 Schüler*innen, davon 12 männlich (M) und 9 weiblich (W). Sieben Schüler*innen kommen mit dem Auto (A), davon waren vier männlich.

Stellen Sie die Situation in einer Vierfeldertafel dar und prüfen Sie, ob die **Ereignisse W und A stochastisch unabhängig** sind.

(Korrigierte) Erinnerung:

Stochastische Unabhängigkeit (allgemein):
Zwei Ereignisse A und B heißen (stochastisch) unabhängig, wenn gilt:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Andernfalls heißen die Ereignisse (stochastisch) abhängig.

	A	$\overline{A}$	
M	$\frac{4}{21}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{12}{21}$
W	$\frac{3}{21}$	$\frac{6}{21}$	$\frac{9}{21}$
	$\frac{7}{21}$	$\frac{14}{21}$	$\frac{21}{21} = 1$

Rechnung:

W und A stochastisch (un)abhängig?

$$P(W \cap A) = P(W) \cdot P(A)$$

$$\frac{3}{21} = \frac{9}{21} \cdot \frac{7}{21}$$

$$\frac{3}{21} = \frac{1}{7} \quad \checkmark$$

Die Ereignisse A und W sind stochastisch unabhängig.

Einstiegsaufgabe Binomialverteilung

Die Jarvis GmbH stellt Projektoren her und bezieht die Linsen, die in die Projektoren eingebaut werden, von Zulieferern aus der Optischen Industrie. Nach Lieferproblemen bezüglich der Qualität wurde der Zulieferer gewechselt. Neuerdings liefert der Lieferant Argus GmbH alle Linsen in einer besseren Qualität, seine Ausschussquote beträgt 2,5%. Es wird vereinbart, dass die Jarvis GmbH einen Sonderrabatt von 20% erhält, falls in einer Liefercharge von 200 Stück mehr als acht Linsen Ausschuss sind. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Fall eintritt.

Einstiegsaufgabe Binomialverteilung

Die Jarvis GmbH stellt Projektoren her und bezieht die Linsen, die in die Projektoren eingebaut werden, von Zulieferern aus der Optischen Industrie. Nach Lieferproblemen bezüglich der Qualität wurde der Zulieferer gewechselt. Neuerdings liefert der Lieferant Argus GmbH alle Linsen in einer besseren Qualität, seine Ausschussquote beträgt 2,5%. Es wird vereinbart, dass die Jarvis GmbH einen Sonderrabatt von 20% erhält, falls in einer Liefercharge von 200 Stück mehr als acht Linsen Ausschuss sind. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Fall eintritt.

Ihre Schätzung: ____________________

Prasad	1 %
Susan	5 %
Kimberly	3 %
Jonas	1,5 %
Porlmann	4 %
Niko	3,9 %
Noah	4,1 %

Kein A: $0{,}975 \cdot 0{,}975 \cdot 0{,}975 = 92{,}6\,\%$

Genau 1: $0{,}0237 + 0{,}0237 + 0{,}0237 = 7{,}1\,\%$

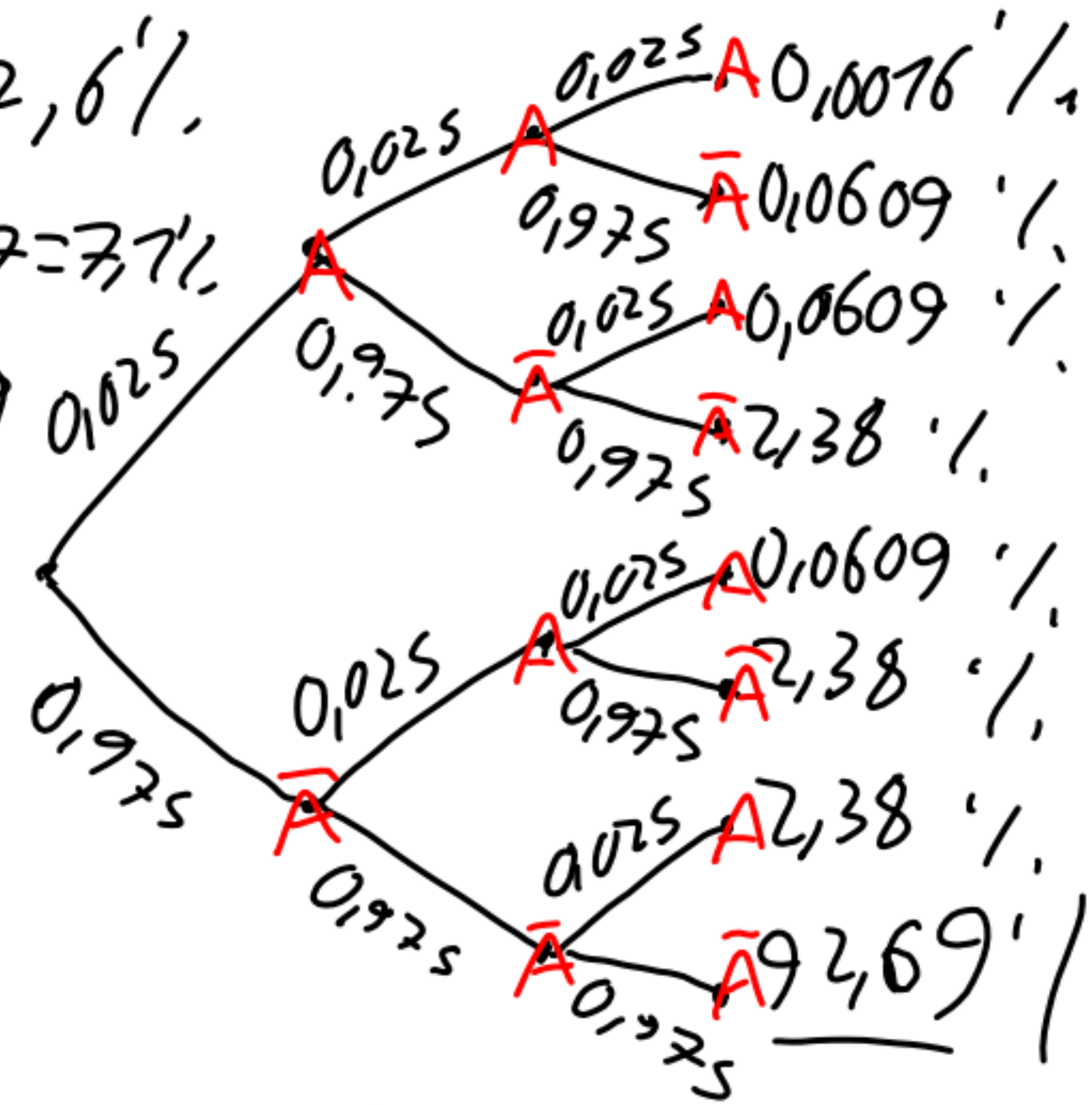
Genau 2: $0{,}0609 + 0{,}0609 + 0{,}0609$

$= 0{,}18\,\%$

3 A: $= 0{,}025 \cdot 0{,}025 \cdot 0{,}025$

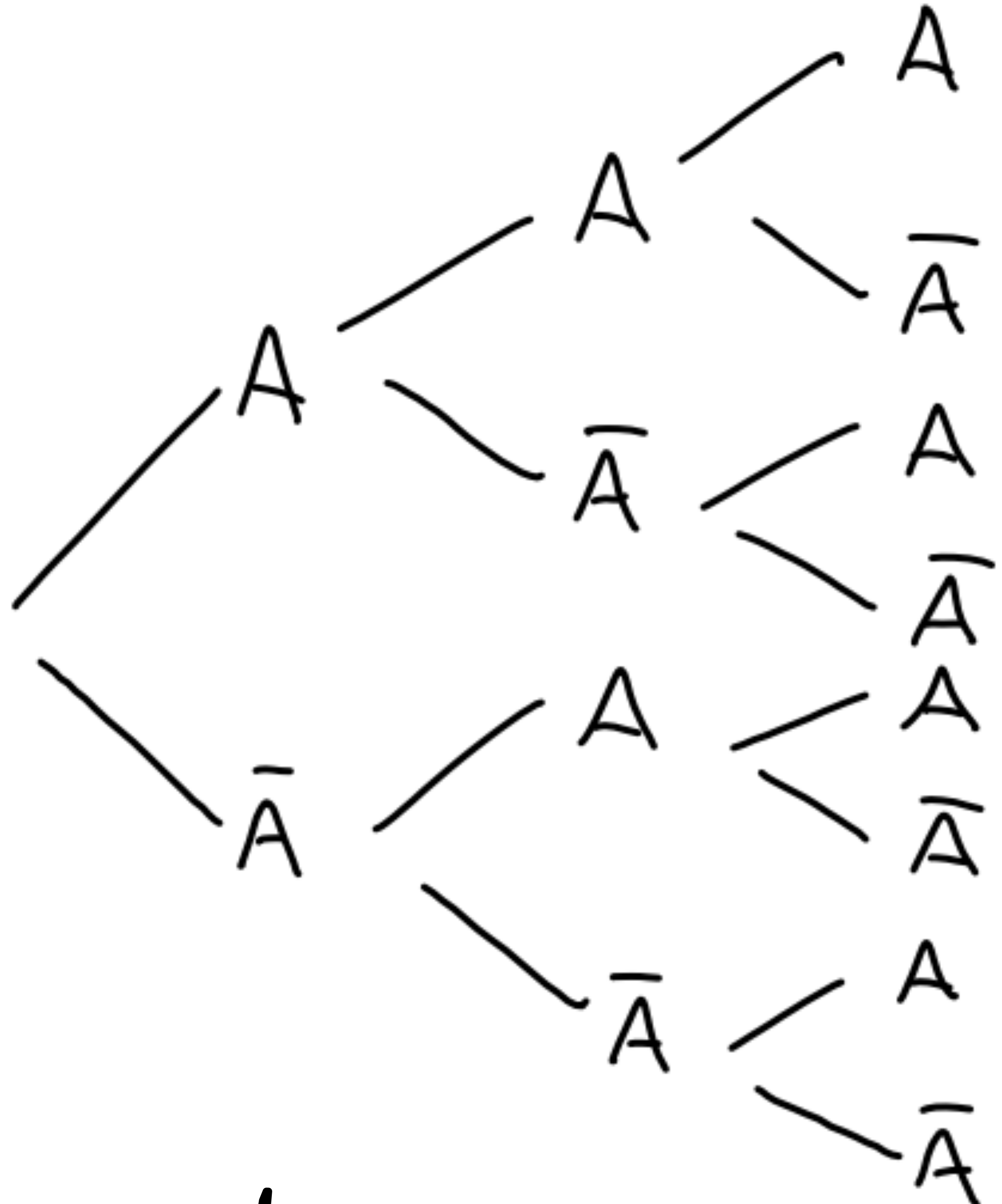
$= 0{,}00001562$

$= 0{,}001562\,\%$



A: Ausschuss

$\bar{A}$: kein Ausschuss



$P(A \cap A \cap A) = 0{,}025 \cdot 0{,}025 \cdot 0{,}025 = 0{,}025^3 \cdot 0{,}975^0$

$P(A \cap A \cap \bar{A}) = 0{,}025 \cdot 0{,}025 \cdot 0{,}975 = 0{,}025^2 \cdot 0{,}975^1$

$P(A \cap \bar{A} \cap A) = 0{,}025^2 \cdot 0{,}975^1$

$P(A \cap \bar{A} \cap \bar{A}) = 0{,}025^1 \cdot 0{,}975^2$

$P(\bar{A} \cap A \cap A) = 0{,}025^2 \cdot 0{,}975^1$

$P(\bar{A} \cap A \cap \bar{A}) = 0{,}025^1 \cdot 0{,}975^2$

$P(\bar{A} \cap \bar{A} \cap A) = 0{,}025^1 \cdot 0{,}975^2$

$P(\bar{A} \cap \bar{A} \cap \bar{A}) = 0{,}025^0 \cdot 0{,}975^3$

A : Ausschuss

$\bar{A}$: kein Ausschuss

Zufallsvariable X: Anzahl der Linsen, die Ausschuss sind

Verteilung von X

x_i	$P(X = x_i)$
$x_1 = 0$	$1 \cdot 0{,}025^{0} \cdot 0{,}975^{3} = \binom{3}{0} \cdot 0{,}025^{0} \cdot 0{,}975^{3}$
$x_2 = 1$	$3 \cdot 0{,}025^{1} \cdot 0{,}975^{2} = \binom{3}{1} \cdot 0{,}025^{1} \cdot 0{,}975^{2}$
$x_3 = 2$	$3 \cdot 0{,}025^{2} \cdot 0{,}975^{1} = \binom{3}{2} \cdot 0{,}025^{2} \cdot 0{,}975^{1}$
$x_4 = 3$	$1 \cdot 0{,}025^{3} \cdot 0{,}975^{0} = \binom{3}{3} \cdot 0{,}025^{3} \cdot 0{,}975^{0}$

Pascal'sches Dreieck

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

$$\binom{0}{0}$$

$$\binom{1}{0} \quad \binom{1}{1}$$

$$\binom{2}{0} \quad \binom{2}{1} \quad \binom{2}{2}$$

$$\binom{3}{0} \quad \binom{3}{1} \quad \binom{3}{2} \quad \binom{3}{3}$$

$$\binom{4}{0} \quad \binom{4}{1} \quad \binom{4}{2} \quad \binom{4}{3} \quad \binom{4}{4}$$

Formel von Bernoulli

Für eine Bernoulli-Kette der Länge n, ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau k Treffer vorkommen (bei einer Trefferwahrscheinlichkeit p):

$$P(X=k) = \binom{n}{k} \cdot p^{k} \cdot (1-p)^{n-k}$$

wobei ZV X: Anzahl Treffer

Schreibweise und CAS-Eingabe

ZV X : Anzahl Treffer

$X \sim B(n, p)$ ist die Schreibweise für eine binomialverteilte Zufallsvariable mit den Parametern n (Länge der Kette oder Anzahl Versuche) und p (Trefferwahrscheinlichkeit).

ZV X: Anzahl Linsen, die Ausschuss sind $\quad X \sim B(200; 0{,}025)$

$$P(X=8) = \binom{200}{8} \cdot 0{,}025^{8} \cdot 0{,}975^{192} = 0{,}065 = 6{,}5\,\%$$

CAS: menu → 5 → 5 (Verteilungen) → A (Binom Pdf) → n → p → k