

## Erwartungswert und Standardabweichung binomialverteilter Zufallsvariablen (Buch S.460)

- Erwartungswert  $E(X) = \mu = n \cdot p$
- Varianz  $V(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$
- Standardabweichung  $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

### Aufgabe 0: Wörterbuch: Mathe – Deutsch

Ordnen Sie den sechs Ausdrücken in der linken Spalte die mathematischen Relationszeichen korrekt zu. Es geht um das Zufallsexperiment „50-mal Würfeln“ und die ZV X: „Anzahl Einsen“.

Übung: Geben Sie die Verteilung an: \_\_\_\_\_

Relationszeichen, die zugeordnet werden sollen:  $>$ ;  $<$ ;  $\leq$ ;  $\geq$ ;  $=$   
Manche Relationszeichen kommen mehrfach vor.

Formulierung in der Aufgabe	Mathematischer Ausdruck	Wahrscheinlichkeit
Höchstens 20 Einsen	$P(X \leq 20)$	
Mehr als 20 Einsen	$P(X > 20)$	
Genau 20 Einsen	$P(X = 20)$	
Mindestens 20 Einsen	$P(X \geq 20)$	
Weniger als 20 Einsen	$P(X < 20)$	
Mehr als 15 und höchstens 25 Einsen	$P(15 < X \leq 25)$	

Zusammenfassung:

Deutsch	Mathe
Mindestens	
Mehr als	
Genau	

### Aufgabe 1: (Zentralabitur 2014 GK)

Das Unternehmen *AcdBon GmbH* betreibt auch das Recycling von CDs. Die silberfarbenen Scheiben bestehen zu 99 Prozent aus dem wertvollen Rohstoff Polycarbonat. Ein Arbeitsschritt des Recyclings besteht in der „Entschichtung“ der CDs, das heißt, sie werden von der Lack- und Datenträgerschicht befreit.

Die Anlieferung der zu verarbeitenden CDs erfolgt in größeren Containern. Beschädigte Scheiben sind nicht zu verwerten und müssen vor der Entschichtung als unbrauchbar aussortiert werden. Der Anteil der unbrauchbaren CDs beträgt erfahrungsgemäß 5%. Einem Container wird eine Zufallsstichprobe von 900 Scheiben entnommen und kontrolliert. Es wird davon ausgegangen, dass die Zufallsgröße  $X$ : Anzahl der unbrauchbaren CDs binomialverteilt ist.

- a) Die Leiterin der Controllingabteilung möchte wissen, mit welcher Wahrscheinlichkeit genau die erwartete Anzahl der unbrauchbaren CDs auftritt. Berechnen Sie diese Wahrscheinlichkeit.
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse.  
E1: Mindestens 40 entnommene CDs sind unbrauchbar.  
E2: Höchstens 35 entnommene CDs sind unbrauchbar.  
E3: Mehr als 50 und höchstens 70 CDs sind unbrauchbar.  
E4: Mindestens 850 CDs sind brauchbar.
- c) Bestimmen Sie, z. B. durch Probieren, die Anzahl der CDs, die mindestens geprüft werden müssen, um mit mehr als 90% Wahrscheinlichkeit mindestens drei unbrauchbare CDs zu erhalten.

$$b) P(E_1) = P(X \geq 40) = 0,798$$

$$\text{binom Cdf}(900, 0,05, 40, 900)$$

$$P(E_2) = P(X \leq 35) = 0,069$$

$$\text{binom Cdf}(, 0, 35)$$

$$P(E_3) = P(50 < X \leq 70) = 0,198$$

a) ZV  $X$ : Anzahl unbrauchbarer CDs.

$$\text{Verteilung: } X \sim B(900; 0,05)$$

$$\text{Erwartungswert: } \mu = n \cdot p = 900 \cdot 0,05 = \underline{\underline{45}}$$

„mü“

$$P(X=45) = 0,0609$$

$$\text{binom Pdf}(900, 0,05, 45)$$

$$\text{binom Cdf}(900, 0,05, 45, 45)$$

mit Formel von Bernoulli

$$P(X=45) = \binom{900}{45} \cdot 0,05^{45} \cdot 0,95^{855}$$

### Aufgabe 1: (Zentralabitur 2014 GK)

Das Unternehmen *AcdBon GmbH* betreibt auch das Recycling von CDs. Die silberfarbenen Scheiben bestehen zu 99 Prozent aus dem wertvollen Rohstoff Polycarbonat. Ein Arbeitsschritt des Recyclings besteht in der „Entschichtung“ der CDs, das heißt, sie werden von der Lack- und Datenträgerschicht befreit.

Die Anlieferung der zu verarbeitenden CDs erfolgt in größeren Containern. Beschädigte Scheiben sind nicht zu verwerten und müssen vor der Entschichtung als unbrauchbar aussortiert werden. Der Anteil der unbrauchbaren CDs beträgt erfahrungsgemäß 5 %. Einem Container wird eine Zufallsstichprobe von 900 Scheiben entnommen und kontrolliert. Es wird davon ausgegangen, dass die Zufallsgröße  $X$ : Anzahl der unbrauchbaren CDs binomialverteilt ist.

- Die Leiterin der Controllingabteilung möchte wissen, mit welcher Wahrscheinlichkeit genau die erwartete Anzahl der unbrauchbaren CDs auftritt. Berechnen Sie diese Wahrscheinlichkeit.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse.  
E1: Mindestens 40 entnommene CDs sind unbrauchbar.  
E2: Höchstens 35 entnommene CDs sind unbrauchbar.  
E3: Mehr als 50 und höchstens 70 CDs sind unbrauchbar.  
E4: Mindestens 850 CDs sind brauchbar.
- Bestimmen Sie, z. B. durch Probieren, die Anzahl der CDs, die mindestens geprüft werden müssen, um mit mehr als 90 % Wahrscheinlichkeit mindestens drei unbrauchbare CDs zu erhalten.

c) ZV  $X$ : Anzahl unbrauchbare CDs  
 $X \sim B(n, 0.05)$   $n$  unbekannt  
Ansatz:  $P(X \geq 3) > 0.9$   
 $n=60$ :  $P(X \geq 3) = 0.58$   
 $n=100$ :  $P(X \geq 3) = 0.88$

b)  $P(E_4) = P(X \leq 50) = 0.8018$   
binom Cdf ( 900, 0.05, 0.50)

Alternative

ZV  $Y$ : Anzahl brauchbarer CD

$$Y \sim B(900, 0.95)$$

$$P(Y \geq 850) = 0.8018$$

$$\text{binom Cdf}(900, 0.95, 850, 900)$$

---

$n=60$ : binom Cdf ( 60, 0.05, 3, 60 )  
 $n=100$ : 100 100