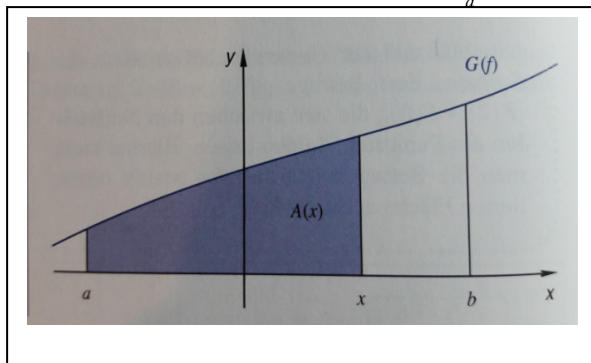


### Integralfunktion

Unter der Integralfunktion einer zwischen den Grenzen  $a$  und  $b$  integrierbaren Funktion  $f$  versteht

man die Funktion mit  $I_a$  mit  $I_a(x) := \int_a^x f(t) dt$  für  $x \in [a;b]$ .



Fallunterscheidung: Die Fläche zwischen dem Graphen von  $f$  und der  $x$ -Achse und den Senkrechten durch  $a$  und  $x$  ist

- vollständig oberhalb der  $x$ -Achse  $\Rightarrow I_a(x) := \int_a^x f(t) dt$  ergibt den Flächeninhalt dieser Fläche.
- vollständig unterhalb der  $x$ -Achse  $\Rightarrow I_a(x) := \int_a^x f(t) dt$  ergibt den negativen Flächeninhalt dieser Fläche  $\Rightarrow$  Betragsstriche verwenden, falls die Fläche berechnet werden soll
- zum Teil oberhalb und zum Teil unterhalb der  $x$ -Achse  $\Rightarrow I_a(x) := \int_a^x f(t) dt$  ergibt die Summe der orientierten Flächeninhalte aller Teilflächen. Wenn die positiv und negativ orientierten Flächen insgesamt gleich groß sind, ergibt  $I_a(x) := \int_a^x f(t) dt$  den Wert 0.

Anmerkung: Jede Integralfunktion einer Funktion  $f$  ist auch eine Stammfunktion von  $F$ . (Vgl. Buch

Seite 364) Das bedeutet letztendlich  $I_a'(x) = \left( \int_a^x f(t) dt \right)' = f(x)$

Diese Gleichung lässt sich zusammenfassen zu der Aussage:

**Differenzieren und Integrieren sind einander entgegengesetzte Rechenoperationen**

**Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung**

Ist  $f$  eine integrierbare Funktion auf dem Intervall  $[a;b] \subset \mathbb{R}$ , so ist für alle  $x_0 \in [a;b]$  die Funktion  $F$  mit

$$F(x) = \int_{x_0}^x f(t) dt \text{ differenzierbar und es gilt}$$

- $F'(x) = f(x)$  für alle  $x \in [a;b]$ . Das heißt  $F$  ist eine Stammfunktion von  $f$ .
- $\int_a^b f(t) dt = [F(t)]_a^b = F(b) - F(a)$

**Übungen:**

Stellen Sie folgende Situationen graphisch dar und interpretieren Sie die Werte bzw. Ergebnisse:

A1)  $I_2(x) = \int_2^x 3t^2 dt$

A2)  $I_2(4)$

B1)  $I_0(x) = \int_0^x t^3 dt$

B2)  $I_0(3)$

C1)  $I_{-2}(x) = \int_0^x t^3 dt$

C2)  $I_{-2}(-1)$

C3)  $I_{-2}(2)$

C4)  $I_{-2}(3)$

D1)  $I_1(x) = \int_1^x 2t + 4t^3 dt$

D2)  $I_1(25)$

**Konsumentenrente und Produzentenrente**

Lesen Sie das Beispiel 5.8 auf Seite 374-375 und bearbeiten Sie die Aufgaben

- Seite 383, Nr. 21
- Seite 383, Nr. 22 a-c
- Seite 383, Nr. 23
- Seite 384, Nr. 24