



Kurvendiskussion

Führen Sie für $f(x) = (x^2 - 2x) \cdot e^{x^2 - 3}$ mit $x \in \mathbb{R}$ eine Kurvendiskussion durch.

- Bestimmen Sie den y-Abschnitt und die Nullstellen.
- Berechnen Sie die Extrempunkte.
- Ermitteln Sie die Wendepunkte.
- Analysieren Sie das Verhalten der Funktionsgraphen im Unendlichen.
- Skizzieren Sie den Graphen von $f(x)$.

Angebot und Nachfrage

Eine Marktanalyse liefert für die Modellierung von Angebot und Nachfrage eines Produktes folgende Funktionen $p_1(x) = e^{0,15x} + 6/e$ und $p_2(x) = -0,05x^2 + 40$.

- Skizzieren Sie den Verlauf der Funktionen für $x \in [0;40]$
- Berechnen Sie das Marktgleichgewicht.
- Bestimmen Sie die Preisbereiche mit einem Angebots- und Nachfrageüberhang.
- Ermitteln Sie die Überhänge bei einem Preis von 10 GE/ME und einem Preis von 25 GE/ME und begründen Sie, ob es sich um Angebots- oder Nachfrageüberhänge handelt.

Produktlebenszyklus

Der Vertriebsleiter geht davon aus, dass sich die Entwicklung der Absatzzahlen eines Produktes durch die Funktion f mit $f(x) = -14x^4 + 335x^3 - 1985x^2 + 17050x$ (x Zeit in Monaten, $f(x)$ zugehörige monatliche Absatzzahlen in Stück) beschreiben lässt.

Er vertritt die Auffassung, dass der Verlauf der Absatzzahlen einem Produktlebenszyklus mit den folgenden Phasen entspricht:

Phase	Einführung	Wachstum	Reife	Sättigung	Degeneration
Absatz	degressiv steigend	progressiv steigend	degressiv steigend	langsam fallend	stark fallend

- Untersuchen Sie die Länge des Produktlebenszyklus.
- Bestimmen Sie die Länge der Wachstumsphase.
- Der Vertriebsleiter prognostiziert eine Reifephase von mindestens 5 Monaten. Prüfen Sie, ob diese Prognose von der Modellfunktion $f(x)$ unterstützt wird oder nicht.
- Der Vertriebsleiter behauptet, dass sich das Produkt 13 Monate nach Markteinführung ($x = 13$) bereits in der Sättigungs- oder Degenerationsphase befindet. Begründen oder widerlegen Sie die Aussage des Vertriebsleiters.
- Die Betriebsleitung plant das Produkt vom Markt zu nehmen, wenn die Absatzmenge auf 25 % der maximalen Absatzmenge gesunken ist. Berechnen Sie diesen Zeitpunkt.



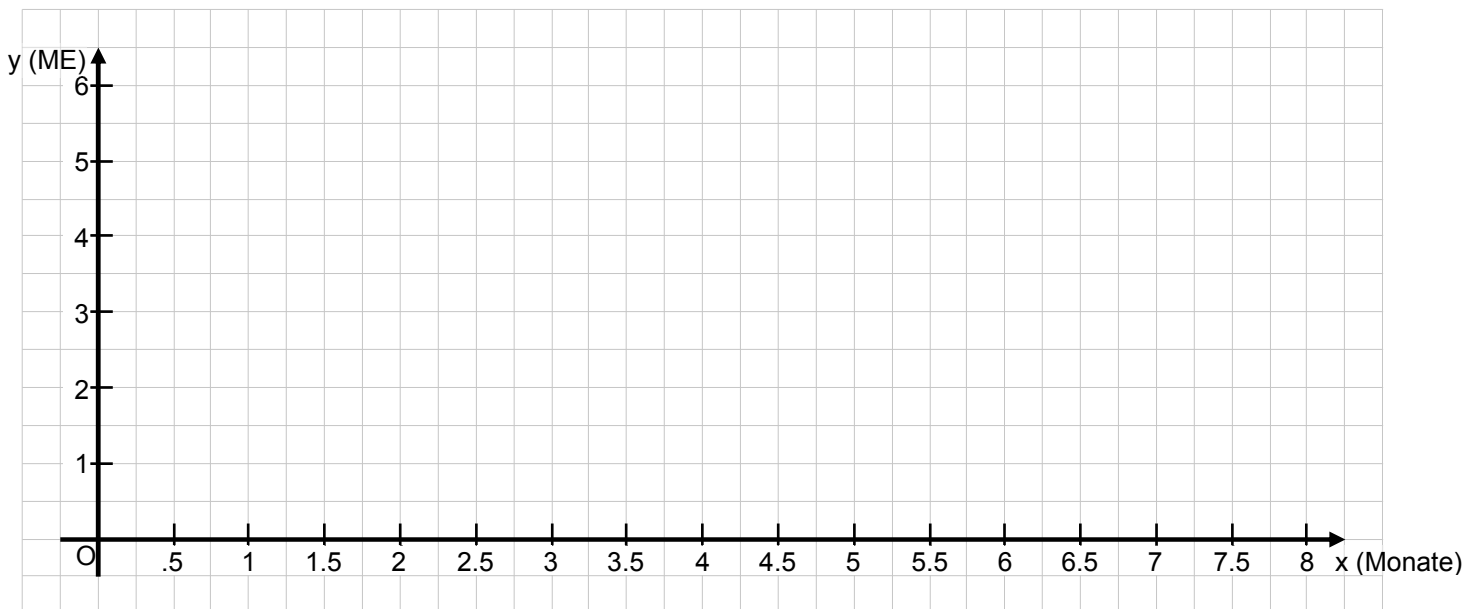
Parameter

Für ein Produkt wird von folgender Absatzfunktion ausgegangen:

$$f_a(x) = \frac{10}{a^2} \cdot x^2 \cdot e^{-a \cdot x}$$

Dabei gibt x die Zeit in Monaten an, $f_a(x)$ entspricht den abgesetzten Mengeneinheiten pro Monat und a stellt einen Qualitätsparameter dar. Dabei sei x eine positive reelle Zahl und a eine reelle Zahl aus dem Intervall $[0,5; 1,5]$.

- a) Zeichnen Sie den Kurvenverlauf von f_a für $a = 1$ und für $a = 1,2$ in das vorgegebene Koordinatensystem.



- b) Untersuchen Sie anhand von Graphen den Einfluss des Parameters a auf den Verlauf der Funktion f_a und interpretieren Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Entwicklung des Absatzes.
- c) Begründen Sie durch geeignete Rechnung, welche Auswirkungen der Qualitätsparameter a auf den Zeitpunkt und die Höhe des maximalen Absatzes unabhängig vom Qualitätsparameter a ist.
- d) Berechnen Sie für $a = 1$ den Zeitpunkt des maximalen Absatzes und den des größten Absatzrückgangs.
- e) Ermitteln Sie für welches a die Absatzmenge von 20,13 ME im 2. Monat erreicht wird.