	WGY12 – Mathematik LK **Inhalte für die 3. Klausur - Integralrechnung**	Datum: 09.02.2022

Inhalte mathematisch:

- Ober- und Untersummen (beide Teile)
- Stammfunktionen (beide Teile)
- Integralfunktionen (nur CAS)
- Integrale (beide Teile)
- Einfache Beweise von Integrationsregeln (Intervalladditivität, Summenregel, …) (nur OHIMI)
- Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung (beide Teile)
- Negativ und positiv orientierte Flächen (beide Teile)

(Ökonomische) Anwendungen

- Flächen zwischen Graph und x-Achse (beide Teile)
- Flächen, die ein Graph mit der x-Achse einschließt (von Nullstelle bis Nullstelle abschnittsweise orientierte Flächeninhalte ermitteln, auf Betragsstriche achten; nur CAS)
- Flächen zwischen Graphen (Schnittstellen entsprechen Nullstellen der Differenzfunktion) (nur CAS)
- Berechnung von Grundstücksflächen (nur CAS)
- Bestimmen von Kosten- und Erlösfunktionen anhand von Grenzkosten und Grenzerlösen (nur CAS)
- Konsumentenrente und Produzentenrente (auch skizzieren) (beide Teile)
- (Durchschnittliche) Absatzmengen ermitteln anhand von Absatzfunktionen (nur CAS)
- Gesamtmengen aus Änderungsraten ermitteln (siehe Beispiele vom Infoblatt „Integralrechnung und Anwendungen“)

Besonderheiten

- Funktionen mit Parameter (nur CAS)

Klausurübungen

Buch Seite 383, Nr. 23 (mit CAS) -> Konsumentenrente und Produzentenrente

Buch Seite 393, Nr. 13 (mit CAS) -> Flächenberechnung (Fläche zwischen Graphen)

Buch Seite 393, Nr. 14a -> Kosten- und Erlösfunktion bestimmen (OHIM)

Buch Seite 394, Nr. 16 -> Absatzanalyse und Gesamtabsatzmengenermittlung

	WGY12 – Mathematik LK **Inhalte für die 3. Klausur - Integralrechnung**	Datum: 09.02.2022

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

Buch Seite 365 – Zusammenfassung aller bisherigen Ergebnisse

Aufgabe 1 (ohne Taschenrechner)

Beweisen Sie eine der vier Integrationsregeln (Kapitel 5.1.4 Buch Seite 366 ff.)

Aufgabe 2

Buch Seite 368 "Alles klar?"

- ➔ Aufgabe 1 OHIMI
- ➔ Aufgaben 2-4 mit CAS

Aufgabe 3 (CAS)

- Buch Seite 369, Nr. 4
- Buch Seite 369, Nr. 8 (Skizze hilft bei der Aufgabe)
- Buch Seite 369, Nr. 9 (Skizze hilft bei der Aufgabe)
- Buch Seite 374, "Alles klar?" (vorher Kapitel 5.2.1 komplett durchlesen und verstehen)
- Buch Seite 381, Nr. 1- Nr. 5
- Buch Seite 381, Nr. 8
- Buch Seite 382, Nr. 19 f
- Buch Seite 383, Nr. 20 – Nr. 24 (ohne 22e)
- Buch Seite 384, Nr. 26
- Buch Seite 369, Nr. 6

Aufgabe 4

Die Sielhorst GmbH ist ein mittelständisches Unternehmen, das hochwertige Edelstahlgefäße anfertigt. Der ertragsgesetzliche Kostenverlauf wird durch $K(x) = 0{,}1x^3 - 3x^2 + 30x + 500$ beschrieben. Berechnen Sie das Integral der Grenzkostenfunktion von 0 bis 15 und interpretieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 5

Ein Unternehmen muss in einem Zeitraum die Produktion aufgrund von Wartungs- und Reparaturarbeiten komplett herunterfahren. Anschließend wird die Produktion von 0 langsam auf die maximale Produktion von 10 ME pro Stunde hochgefahren. Der Vorgang des Hochfahrens wird durch folgende Funktion beschrieben: $v(t) = -\frac{5}{54}t^3 + \frac{5}{6}t^2$ Dabei bezeichnet t die Zeit in Stunden und v(t) die momentane Produktionsgeschwindigkeit in ME je Stunde.

a) Zeichnen Sie die Funktion in ein geeignetes Koordinatensystem.
b) Berechnen Sie die Fläche, die der Graph im Intervall [0;6] mit der Zeitachse einschließt.
c) Deuten Sie das Ergebnis von b).

Aufgabe 6

Die Firma GPM stellt mobile Navigationssysteme für die Autoindustrie her. Obwohl die Absatzzahlen schwanken, halt das Unternehmen an einem Preis (in €) für das Modell NavTag II fest, der sich aus dem vom Controlling ermittelten Angebots- und Nachfragefunktionen ergibt.

Nachfragefunktion: $p_N(x) = (-2{,}7x + 242) \cdot e^{0{,}01x}$

Angebotsfunktion: $p_A(x) = (0{,}5x + 50) \cdot e^{0{,}01x}$

a) Bestimmen Sie das Marktgleichgewicht.
b) Die Betriebsleitung der GPM entschließt sich, den Gewinneinbußen durch den Absatzrückgang entgegenzuwirken. Hierfür benötigt die Geschäftsführung Informationen über die potenziellen Reserven der Käufer. Berechnen Sie daher die Konsumentenrente.

Aufgabe 7

Die Kostenrechnung von Meyer-Ventilatoren hat für den Spezial-Ventilator Roxial folgende Eckwerte herausgegeben: Gehen Sie von folgender Nachfrage- und Angebotsfunktion aus:

$p_N(x) = -15x + 205$ und $p_A(x) = 6x + 100$. Berechnen Sie die Produzenten- und Konsumentenrente.

Aufgabe 8

Die Situation eines Monopolisten verändert sich als weitere Konkurrenten auf dem Markt anbieten. Die entsprechenden Nachfrage- und Angebotsfunktionen lauten:

$p_A(x) = 0{,}6e^{0{,}2x} + 6$ und $p_N(x) = -0{,}25e^{0{,}2x} + 20$.

Ermitteln Sie die Konsumentenrente und Produzentenrente und erklären Sie Ihre Ergebnisse im Sachzusammenhang.

Aufgabe 9

Die Nachfrage eines Gutes richtet sich nach der Funktionsgleichung der Nachfragefunktion

$p_N(x) = 0{,}5(18 - x^2)$, das Gut wird angeboten gemäß der Angebotsfunktion mit $p_A(x) = 1{,}5x + 4$.

a) Berechnen Sie Angebotsmenge und Preis im Marktgleichgewicht.
b) Ermitteln Sie die Konsumenten- und Produzentenrente.
c) Stellen Sie den Sachverhalt graphisch dar und kennzeichnen Sie die Konsumenten- und Produzentenrente.
d) Erläutern Sie die ökonomische Bedeutung der Konsumenten- und Produzentenrente.

Aufgabe 10 Berechnen Sie das Integral $\int_0^3 3e^{4x}\, dx$ (mit und ohne CAS)

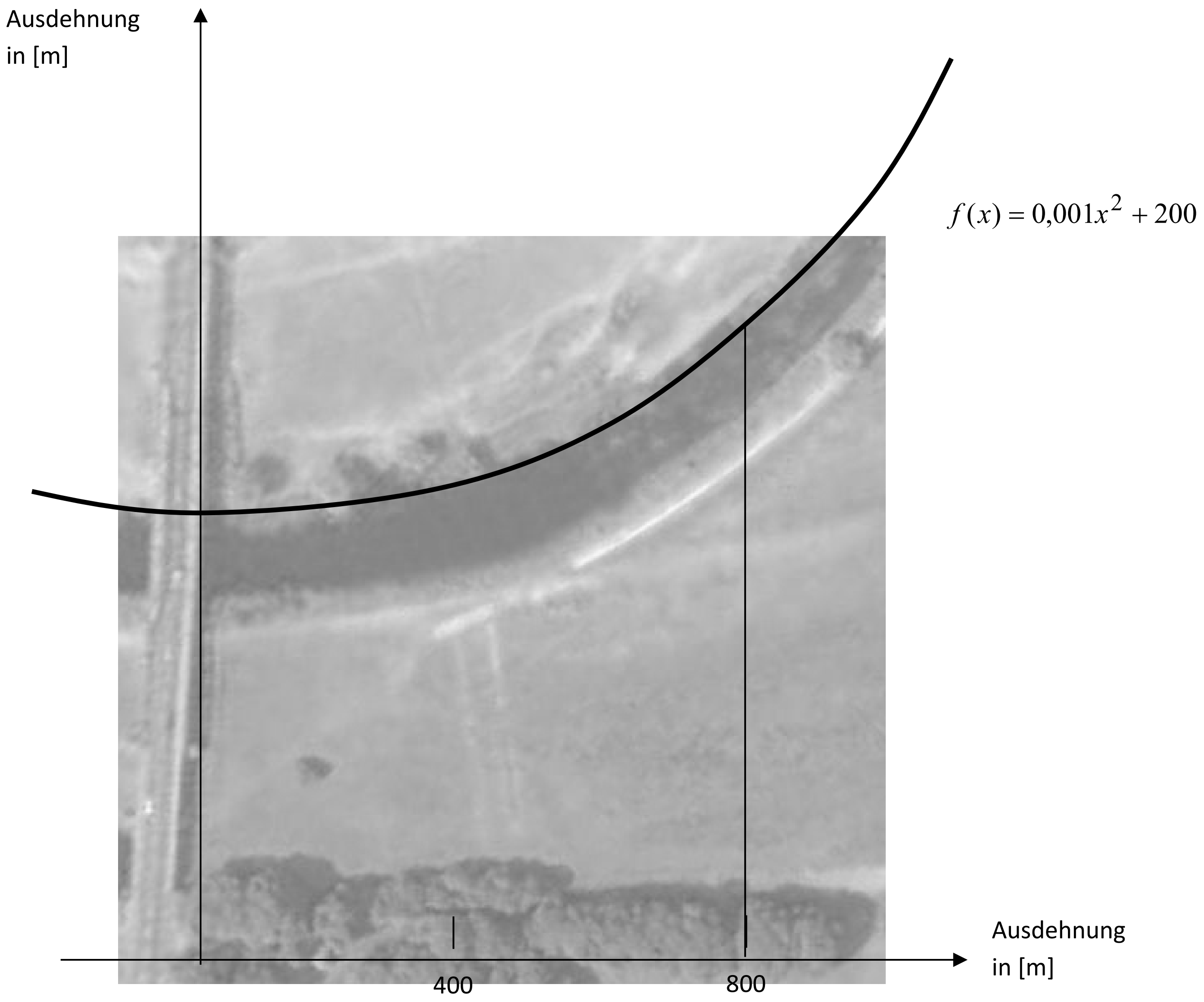
Aufgabe 11

Für einen Angebotsmonopolisten lautet dessen Grenzerlösfunktion E‘(x) = -70x + 3.500 und die Grenzkostenfunktion K‘(x) = 0,75x² - 60x + 1.250.

Bestimmen Sie die Erlösfunktion sowie die Kosten- und Gewinnfunktion des Angebotsmonopolisten, indem Sie von 20.000 GE Fixkosten ausgehen.

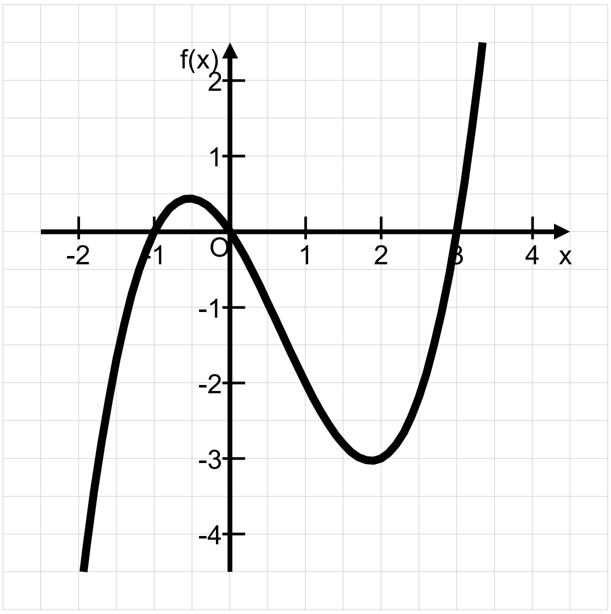
Aufgabe 12

Ein Investor ist auf der Suche nach einem geeigneten Grundstück für den Bau einer Beach-Soccer-Anlage fündig geworden. Sie sehen unten eine Skizze des Grundstücks, das an der Südseite eine Ausdehnung von 800 m besitzt. Der Verkäufer verlangt einen Kaufpreis von 80 € pro m² und behauptet, der Gesamtpreis betrage damit 24.000.000 €. Ermitteln Sie die Grundstücksfläche und begründen Sie, ob der Investor diesen Preis zahlen sollte oder nicht.



Aufgabe 13

Gegeben sei die Funktion $f(x) = 0{,}5x^3 - x^2 - 1{,}5x$.



a) Berechnen Sie die Fläche, die vom Graphen von f(x)und der x-Achse eingeschlossen wird.

b) Bestimmen Sie die Integralfunktion $J_{-1}(x)$. (ohne Taschenrechner)

c) Beschreiben Sie kurz die Bedeutung der Integralfunktion allgemein und interpretieren Sie die Bedeutung der Gleichung $J_{-1}(0{,}533) = 0$.

Aufgabe 14

Die Niederschlagsrate während eines Monsumregens kann modellhaft beschrieben werden durch die Funktion r mit $r(t) = 23 - 0{,}02e^t$ (t in Tagen seit dem Einsetzen des Regens und r(t) in Liter pro Quadratmeter und Tag gemessen).

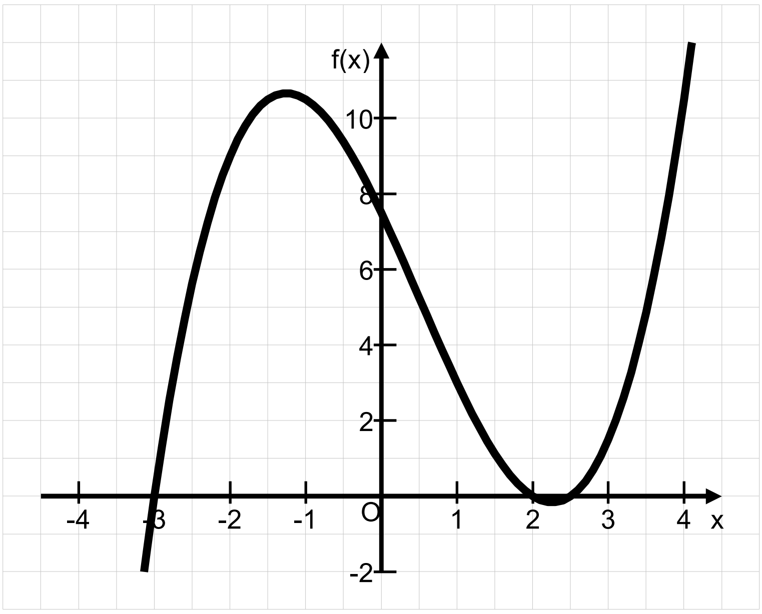
a) Bestimmen Sie, wann der Regen aufhört.

b) Erklären Sie, wie man die gesamte Niederschlagsmenge pro Quadratmeter des betroffenen Gebietes für t Tage ermitteln kann. Sie müssen nicht rechnen.

c) Berechnen Sie, welche Wassermenge insgesamt während des Regens auf jeden Quadratmeter Fläche des betroffenen Gebiets niedergeht.

Aufgabe 15

Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{17}{4}x + \frac{15}{2}$.



a) Berechnen Sie die Fläche, die vom Graphen von $f(x)$ und der x-Achse eingeschlossen wird.

b) Bestimmen Sie die Integralfunktion $J_2(x)$.

c) Beschreiben Sie kurz die Bedeutung der Integralfunktion allgemein und interpretieren Sie die Bedeutung der Gleichung $J_2(2{,}74) = 0$.

Aufgabe 16 (OHIMI)

Bestimmen Sie für $f(x) = x^2$ die Untersumme U_4 und die Obersumme O_4 und stellen Sie den Sachverhalt in einer Skizze graphisch dar. Ermitteln Sie den Flächeninhalt der Fläche, die von f(x), der x-Achse und der senkrechten Gerade x = 4 eingeschlossen wird.

Tipps zum Üben für alle Aufgaben: Versuchen Sie oft es geht, die Stammfunktionen ohne den Taschenrechner zu ermitteln.