



W-GY12 – Mathematik LK
Stochastische Unabhängigkeit und
Einstieg Binomialverteilung

Datum:08.06.2022

Aufgabe 1:

In einem Mathe-Kurs soll anhand einer kleinen Stichprobe untersucht werden, ob das Geschlecht die Wahl des Verkehrsmittels beeinflusst. Alle Schüler*innen wurden gefragt, ob sie mit dem Auto zur Schule kommen oder nicht. Es gab folgendes Ergebnis: Im Kurs sind 21 Schüler*innen, davon 12 männlich (M) und 9 weiblich (W). Sieben Schüler*innen kommen mit dem Auto (A), davon waren vier männlich.

Stellen Sie die Situation in einer Vierfeldertafel dar und prüfen Sie, ob die **Ereignisse W und A stochastisch unabhängig** sind.

(Korrigierte) Erinnerung:

Stochastische Unabhängigkeit (allgemein):

Zwei Ereignisse A und B heißen (stochastisch) unabhängig, wenn gilt:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Andernfalls heißen die Ereignisse (stochastisch) abhängig.

Rechnung:

Einstiegsaufgabe Binomialverteilung

Die Jarvis GmbH stellt Projektoren her und bezieht die Linsen, die in die Projektoren eingebaut werden, von Zulieferern aus der Optischen Industrie. Nach Lieferproblemen bezüglich der Qualität wurde der Zulieferer gewechselt. Neuerdings liefert der Lieferant Argus GmbH alle Linsen in einer besseren Qualität, seine Ausschussquote beträgt 2,5%. Es wird vereinbart, dass die Jarvis GmbH einen Sonderrabatt von 20% erhält, falls in einer Liefercharge von 200 Stück mehr als acht Linsen Ausschuss sind. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Fall eintritt.

Ihre Schätzung: _____



W-GY12 – Mathematik LK
Stochastische Unabhängigkeit und
Einstieg Binomialverteilung

Datum:08.06.2022

Bernoulli-Versuch

Bernoulli-Versuche haben nur zwei Ereignisse als Ausgänge, auf die man sich konzentriert.

Jeder Zufallsversuch kann zu einem Bernoulli-Versuch umgewandelt werden, in dem man einen Ausgang als „Treffer“ und den anderen als „kein Treffer“ oder Niete“ definiert.

Beispiel: Beim normalen 6er-Laplace-Würfel gibt es sechs Ergebnisse. Wenn man einen „Treffer“ festlegt als „eine 6 wird gewürfelt“, so ist „kein Treffer“ automatisch festgelegt als das Gegenereignis „es wird keine 6 gewürfelt.“

Die Wahrscheinlichkeit für einen „Treffer“ ist in diesem Beispiel $p = 1/6$ und die Wahrscheinlichkeit für „keinen Treffer“ ist $1 - p = 1 - 1/6 = 5/6$

„Bernoulli-Kette“.

Eine mehrfache Durchführung eines Bernoulli-Versuchs nennt man eine Bernoulli-Kette. Die Anzahl der Wiederholungen bezeichnet man als „Länge der Bernoulli-Kette n“.

Eigenschaften einer Bernoulli-Kette:

- 1.) Jeder Versuch ist ein Bernoulli-Versuch, das heißt, es gibt nur zwei mögliche Ausgänge.
- 2.) Einzelne Versuche sind stochastisch unabhängig, das heißt, der Ausgang eines Bernoulli-Versuchs wird nicht von den vorherigen Ausgängen bestimmt.
- 3.) Die Wahrscheinlichkeit für einen Treffer ist bei jedem Versuch gleich.

Binomialverteilte Zufallsvariable

Die Zufallsvariable X: Anzahl der Treffer ist binomialverteilt mit den Parametern n und p.

Schreibweise: $X \sim B(n;p)$

Dabei ist n die Länge der Bernoulli-Kette, also die Anzahl der Versuche und p die Wahrscheinlichkeit für einen Treffer. Daraus ergibt sich $1 - p = q$ als Wahrscheinlichkeit für „keinen Treffer“.

Beispiel: Ein 6er-Würfel wird 50-mal gewürfelt. Die Zufallsvariable X wird festgelegt als

ZV X = Anzahl der 6en.

Dann gilt für die Verteilung der Zufallsvariable X: $X \sim B(50 ; 1/6)$

Aufgabe

Stellen Sie den Test von drei Linsen (Ausschuss oder nicht) in einem Baumdiagramm dar und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten, dass von diesen drei Linsen keine Ausschuss ist, genau eine Ausschuss ist, genau zwei Ausschuss sind oder genau drei Ausschuss sind.