	Mathematik LK – W-GY12 **Urnenmodelle** **und Formeln für die Anzahl der Möglichkeiten** **„Lotto-Formel“**	Datum: 16.05.2022

Zusammenfassung: Für Urnenmodelle mit einer Anzahl von *n* Kugeln und k Ziehungen gibt es je nachdem, ob man die Kugeln nach der Ziehung zurücklegt und ob die Reihenfolge der Ziehungen beachtet wird, folgende Formeln für die Anzahl der möglichen verschiedenen Ziehungsergebnisse

	Mit Zurücklegen	Ohne Zurücklegen
Mit Beachtung der Reihenfolge	Fachbegriff: Variationen (mit Wiederholung) n^k Beispiele: Zahlencodes, Passwörter	Fachbegriff: Permutationen $\frac{n!}{(n-k)!}$ **CAS: menu → 5 → 2 → nPr** Beispiel: Schneckenrennen Sonderfall: es werden alle *n* Kugeln gezogen, also *k = n* $n! = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$ **CAS: menu → 5 → 1 → !** Beispiel: Personen in einer Warteschlange
Ohne Beachtung der Reihenfolge	Noch nicht relevant!	Fachbegriff: Kombinationen $\binom{n}{k} = \frac{n!}{((n-k)! \cdot k!)}$ **Taschenrechner:** **CAS: menu → 5 → 3 → nCr** Beispiel: Lotto

<u>**Hinweis:**</u> Die Schreibweise $\binom{n}{k}$ bezeichnet den sogenannten **Binomialkoeffizienten** und gibt an, wie viele Möglichkeiten aus einer Menge von n Elementen k auszuwählen (ohne Beachtung der Reihenfolge). Man sagt entweder „n über k“ oder „k aus n“. Alternative zum Ziehen ohne Zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge kann man sich den Zufallsversuch als „Ziehung von k Kugeln mit einem Griff“ vorstellen.

„Lotto-Formel“

Wenn in einer Urne mit n Kugeln zwei verschiedene Arten von Kugeln sind (z.B. s schwarze Kugeln und n – s weiße) so kann man die Wahrscheinlichkeit, dass man bei k Ziehungen von einer Art Kugeln eine bestimmte Anzahl zieht, z.B. a schwarze Kugeln, wie folgt berechnen:

$$P(w\ weiße\ Kugeln) = \frac{\binom{s}{a} \cdot \binom{n-s}{k-a}}{\binom{n}{k}}$$

Diese Formel kann für die Berechnung der Wahrscheinlichkeit für 2, 3, 4 oder 5 Richtige Kugeln beim Lotto verwendet werden: Dort gibt es dann nicht schwarze und weiße Kugeln, sondern „Gewinnerkugeln“ (die gezogen werden) und „Verliererkugeln“ (die drin bleiben).

Es werden 6 aus 49 Kugeln gezogen, also gibt es insgesamt $\binom{49}{6}$ mögliche Kombinationen, da ohne Zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge gezogen wird. CAS: nCr(49.6)

$$P(4\ Richtige) = \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{43}{2}}{\binom{49}{6}} = \frac{15 \cdot 903}{13.983.816} = \frac{645}{665.896} = 0,000969 = 0,097\%$$

$$P(1\ Richtige) = \frac{\binom{6}{1} \cdot \binom{43}{5}}{\binom{49}{6}} = \frac{6 \cdot 962.598}{13.983.816} = \frac{68.757}{166.474} = 0,41302 = 41,302\%$$