

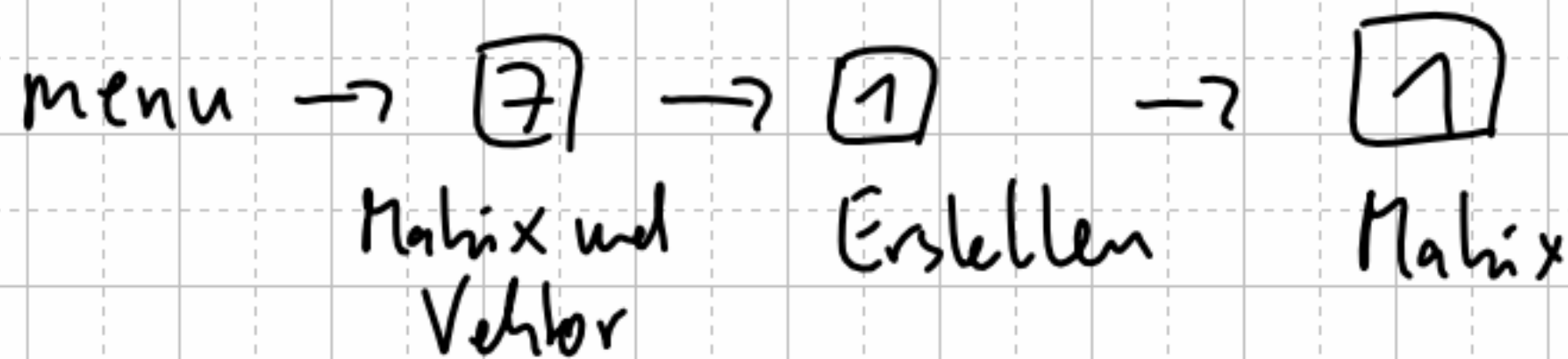
Zweistufiger Produktionsprozess mit CAS

Aufgabe vom 4.11.21

Definition einer Matrix (eines Vektors)

Bsp $A_{2 \times 2}$

$a_{rz} :=$



Aufgabe:

Ein Unternehmen stellt in 2 Produktionsstufen aus 3 Rohstoffen zuerst 4 Zwischenprodukte und aus diesen dann 3 Enderzeugnisse her. Die Stücklisten geben an, wie viel Mengeneinheiten (=ME) der Rohstoffe für die Herstellung einer ME Zwischenprodukte und wie viel ME von den Zwischenprodukten für die Herstellung einer ME Endprodukte benötigt werden.

Stücklisten:

	Z ₁	Z ₂	Z ₃	Z ₄		E ₁	E ₂	E ₃
R ₁	6	2	5	10	Z ₁	5	1	3
R ₂	0	2	2	4	Z ₂	4	2	0
R ₃	3	0	0	3	Z ₃	1	1	0
					Z ₄	3	4	2

Die Einkaufspreise für Rohstoffe und die Fertigungskosten für die Zwischen- und Endprodukte (alles in GE) entnehmen Sie bitte der Tabelle.

Einkaufspreise in GE/ME			Fertigungskosten Zwischenprodukte in GE/ME				Fertigungskosten Endprodukte in GE/ME		
R ₁	R ₂	R ₃	Z ₁	Z ₂	Z ₃	Z ₄	E ₁	E ₂	E ₃
1,20	0,80	1,00	12	20	24	15	80	30	60

- a) Ermitteln Sie, wie viel ME von den Rohstoffen R₁, R₂ und R₃ für die Herstellung einer ME E₁, E₂ und E₃ benötigt werden und geben Sie diese in der Rohstoff-Endproduktmatrix C_{RE} an. Erläutern Sie die Bedeutung von c₂₁ im Sachzusammenhang.
- b) Die fertigen Zwischenprodukte werden auch an Kunden verkauft. Ein Kunde bestellt 20 ME von Z₁, 50 ME von Z₂, 60 ME von Z₃ und 30 ME von Z₄. Ermitteln Sie die benötigten Rohstoffbedarfe und berechnen Sie die Stückkosten der einzelnen Zwischenprodukte. Geben Sie an, für welche Preise die Zwischenprodukte verkauft werden sollten, wenn ein Gewinnzuschlag von 20% kalkuliert wird.
- c) Berechnen Sie die Rohstoffkosten für je ein Zwischenprodukt und für je ein Endprodukt.
- e) Für einen Auftrag müssen 3.500 ME von E₁, 2.000 ME von E₂ und 800 ME von E₃ gefertigt werden. Berechnen Sie den Rohstoffbedarf und die Stückkosten der einzelnen Endprodukte.
- f) Bei dem Verkauf der Endprodukte plant das Unternehmen einen Gewinn von 10% der jeweiligen Stückkosten. Ermitteln Sie die Verkaufspreise der Endprodukte und be-

rechnen Sie die Gesamterlöse für den Auftrag aus Aufgabe e). Geben Sie an, wie hoch der Gewinn ist, wenn mit Fixkosten in Höhe von 1.000 GE zu rechnen ist.

Tipps zum Vorgehen:

- 1.) Definieren Sie die Matrizen und Vektoren mit sinnvollen Bezeichnungen, um sie in verschiedenen Aufgaben verwenden zu können, ohne jedes Mal die Matrix oder den Vektor neu einzugeben.

Mathematische Bezeichnungen: A_{RZ} oder \vec{k}_Z oder \vec{p}_E

- Matrizen mathematisch mit Großbuchstaben A_{RZ}, B_{ZE} und C_{RE}
- Matrizen mit CAS: arz, bze und cre
- „Geldvektoren“ mathematisch mit kleinen Buchstaben und als Zeilenvektoren
 - Rohstoffkostenvektor \vec{p}_R
 - Rohstoffkosten Zwischenprodukte \vec{rk}_Z
 - Fertigungskosten Zwischenprodukte \vec{fk}_Z
 - Stückkosten Zwischenprodukte \vec{k}_Z
 - Verkaufspreisvektor Zwischenprodukte \vec{p}_Z
 - Rohstoffkosten Endprodukte \vec{rk}_E
 - Fertigungskosten Endprodukte \vec{fk}_E
 - (variable) Stückkosten Endprodukte \vec{k}_E
 - Verkaufspreisvektor Endprodukte \vec{p}_E
- Mengenvektoren mathematisch mit kleinen Buchstaben und als Spaltenvektoren
 - Rohstoffmengenvektor \vec{m}_R
 - Zwischenproduktmengenvektor \vec{m}_Z
 - Endproduktmengenvektor \vec{m}_E
- Vektoren mit CAS entsprechend der mathematischen Bezeichnungen

- 2.) Überlegen Sie, welches Format das gesuchte Ergebnis haben muss und dann schauen, mit welcher Matrizenmultiplikationen oder Matrizenaddition das Ergebnis zustande kommt.

- 3.) Ihre Ergebnisse sollten mathematisch korrekt dokumentiert und mit den entsprechenden CAS-Befehlen kommentiert werden.

Bsp.: math. $\vec{p}_R \cdot C_{RE} = \vec{rk}_E$ CAS: pr · cre = rke

b) Benötigte Matrizen / Vektoren

Mathematisch: $\vec{g}_z = (12 \ 20 \ 24 \ 15)$

A_{zz}

$\vec{p}_r = (1,20 \ 0,80 \ 1)$

$\vec{m}_z = \begin{pmatrix} 20 \\ 50 \\ 60 \\ 30 \end{pmatrix}$

$K \leftarrow M$
↓

CAS: $fk_z :=$

$ar_z :=$

$pr :=$

$m_z :=$

Rohstoffbedarf für Bestellung:

$A_{Rz} \cdot \vec{m}_z = \begin{pmatrix} 820 \\ 340 \\ 150 \end{pmatrix}$
 $3 \times 4 \quad 4 \times 1 \quad 3 \times 1$

Rohstoffkosten für z* + Fertigungskosten = Stückkosten der z

$\begin{pmatrix} 10,70 & 4 & 7,60 & 18,20 \end{pmatrix}_{1 \times 4} + \begin{pmatrix} 12 & 20 & 24 & 15 \end{pmatrix}_{1 \times 4} = \begin{pmatrix} 22,40 & 24 & 31,6 & 33,2 \end{pmatrix}_{1 \times 4}$

* Rohstoffkosten ZP

$$\begin{array}{c}
 R_1 \quad R_2 \quad R_3 \\
 \text{GE/ME} \begin{pmatrix} 1,20 & 0,80 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{array} \begin{pmatrix} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \\ 6 & 2 & 5 & 10 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \text{GE/ME} \begin{pmatrix} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \\ 10,20 & 4 & 7,6 & 18,2 \end{pmatrix} \\
 1 \times 3 \qquad \qquad \qquad 3 \times 4 \qquad \qquad \qquad 1 \times 4
 \end{array}$$

$$\vec{P}_r \cdot A_{RZ}$$

W6Y13, NLK, 8.11.21

b) Berechnung des Verkaufspreise der ZP (20% Gewinnzuschlag)

$$1,2 \cdot (22,40 \quad 24,00 \quad 31,60 \quad 33,20) = (26,88 \quad 28,8 \quad 37,92 \quad 39,84)$$

Das ZP₁ sollte für 26,88 GE/ME, das ZP₂ für 28,80 GE/ME
 ... verkauft werden.

c) Rohstoffkosten je Zwischenprodukt

$$\vec{P}_R \cdot A_{RZ} = \begin{pmatrix} z_1 & z_2 & z_3 & z_1 \\ 10,20 & 4,00 & 7,60 & 18,20 \end{pmatrix} \quad \checkmark \text{ a) } b)$$

Rohstoffkosten je Endprodukt.

$$1) \vec{P}_R \cdot C_{RE} = \begin{pmatrix} E_1 & E_2 & E_3 \\ 129,20 & 98,60 & 67,00 \end{pmatrix} \quad \checkmark$$

$$2) (\vec{P}_R \cdot A_{RZ}) \cdot B_{ZE} = \vec{P}_R \cdot (A_{RZ} \cdot B_{ZE}) = \vec{P}_R \cdot C_{RE}$$

e) Rohstoffbedarf für Auftrag Endprodukte

$$\begin{matrix} & E_1 & E_2 & E_3 \\ R_1 & 73 & 55 & 28 \\ R_2 & 22 & 22 & 8 \\ R_3 & 24 & 15 & 15 \end{matrix}$$

3x3

=

3x1

$$\begin{matrix} & ME \\ E_1 & 3500 \\ E_2 & 2000 \\ E_3 & 800 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} & ME \\ R_1 & 395 & 900 \\ R_2 & 127 & 400 \\ R_3 & 126 & 000 \end{matrix}$$

3x1

$$C_{RE} \cdot \vec{m}_E = \vec{m}_R$$

CAS z.B. $C_{RE} \cdot m_E$

Stückkosten der Endprodukte

~~$$\begin{matrix} \text{Rohstoffkosten je EP} & + & \text{Fertigungskosten je EP} & = & \text{Stückkosten je EP} \\ (129,20 \quad 98,60 \quad 67) & + & (80 \quad 30 \quad 60) & = & (209,20 \quad 128,60 \quad 127,00) \end{matrix}$$~~

~~$$\text{d) Verkaufspreise für EP: } 1,10 \cdot (209,20 \quad 128,60 \quad 127,00) = (230,12 \quad 141,46 \quad 139,70)$$~~

Berechnung der Stückkosten je Endprodukt

$$\begin{array}{l} \text{Rohstoffkosten je EP} \\ + \text{ Zwischenproduktkosten je EP} \\ + \text{ Fertigungskosten je EP} \\ \hline = \text{Stückkosten je EP} \end{array} \quad \begin{array}{l} \vec{p}_R \cdot C_{RE} = (129,70 \quad 98,60 \quad 67,00) \\ \vec{jk}_Z \cdot B_{ZE} = (209,00 \quad 136,00 \quad 66,00) \\ \vec{jk}_E = (80 \quad 30 \quad 60) \\ \hline (418,70 \quad 264,60 \quad 193,00) \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{Verkaufspreise EP: } 1,10 \cdot (418,70 \quad 264,60 \quad 193,00) \\ = (460,02 \quad 291,06 \quad 212,30)$$

$$\text{Gesamterlöse} \quad (460,02 \quad 291,06 \quad 212,30) \cdot \begin{pmatrix} 3500 \\ 2000 \\ 800 \end{pmatrix} = \underline{\underline{2362030}}$$

Gewinnermittlung

Erlöse - Kosten

Stückkosten je EP
↓

$$2362030 \text{ GE} - \underbrace{(418.20 \quad 264.60 \quad 193.00) \cdot \begin{pmatrix} 3500 \\ 2000 \\ 800 \end{pmatrix}}_{\text{variable Kosten}} \text{ GE} - \underbrace{1000 \text{ GE}}_{K_{\text{fix}}}$$

$$= 2362030 \text{ GE} - 2147300 - 1000 \text{ GE} = \underline{\underline{213730 \text{ GE}}}$$

Der Gewinn für den Auftrag aus e) beträgt 213 730 GE.