

Ich kann im Teil B

- eine inverse Matrix durch Anwendung des Gauß-Algorithmus bestimmen.
- für eine Matrix begründen, ob eine inverse Matrix existiert.

Aufgabe 1

Begründen Sie mit Hilfe geeigneter Kriterien, dass die beiden Matrizen A_K und B nicht invertierbar sind.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 16 & 20 & 4 \end{pmatrix} \text{ und } B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 5 \\ 7 & 0 & 3 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2

Ermitteln Sie die inverse Matrix A^{-1} durch Anwendung des Gauß-Algorithmus.

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{b) } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Lösungen:

$$\text{2a) } A^{-1} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0 & -1 \\ 0,25 & -0,5 & 0,5 \\ -0,75 & 0,5 & 1,5 \end{pmatrix} \quad \text{2b) } A^{-1} = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,6 & -0,4 \\ 0,4 & -1,4 & 0,6 \\ -0,2 & 0,2 & 0,2 \end{pmatrix}$$

1) B ist nicht invertierbar, da sie nicht quadratisch ist.

A auf Diagonelform bringen mit ref

$$A_D = \begin{pmatrix} 1 & 5/4 & 1/4 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Rg } A = 2 < 3 = n$$

Eine quadratische Matrix ist invertierbar, wenn n ihr Rang mit der Zeilenzahl übereinstimmt. Das ist nicht der Fall, also ist sie nicht invertierbar.

Aufgabe 2

Ermitteln Sie die inverse Matrix A^{-1} durch Anwendung des Gauß-Algorithmus.

a) $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

I	4	2	2	1	0	0	1:3
II	3	0	2	0	1	0	1:4
III	1	1	1	0	0	1	1:4
I	4	2	2	1	0	0	
IIa	0	6	-2	3	-4	0	NR3
IIIa	0	-2	-2	1	0	-4	1:(-3)
I	4	2	2	1	0	0	
IIa	0	6	-2	3	-4	0	1:(-4)
IIIb	0	0	-8	6	-4	-12	NR4
Ia	16	8	0	10	-4	-12	1:3
IIb	0	-24	0	-6	12	-12	NR5
IIIb	0	0	-8	6	-4	-12	1:3
Ib	48	0	0	24	0	-48	1:48
IIb	0	-24	0	-6	12	-12	1:(-24)
IIIb	0	0	-8	6	-4	-12	1:(-8)
Ic	1	0	0	1/2	0	-1	
IIc	0	1	0	1/4	-1/2	1/2	
IIIc	0	0	1	-3/4	1/2	3/2	

Reihenfolge der Nullen

NR1	12	6	6	3	0	0
-	12	0	8	0	4	0
IIa	0	6	-2	3	-4	0
NR2	4	2	2	1	0	0
-	4	4	4	0	0	4
IIIa	0	-2	-2	1	0	-4
NR3	0	6	-2	3	-4	0
-	0	6	6	-3	0	12
IIIb	0	0	-8	6	-4	-12
NR4	0	0	-8	6	-4	-12
+	0	-24	8	-12	16	0
IIb	0	-24	0	-6	12	-12
NR5	0	0	-8	6	-4	-12
+	16	8	8	4	0	0
Ia	16	8	0	10	-4	-12
NR6	0	-24	0	-6	12	-12
+	48	24	0	30	-12	-36
Ib	48	0	0	24	0	-48