

Lineare graphische Optimierung

S.591, Nr. 11

1) Entscheidungsvariable

$$\left. \begin{array}{l} x = \text{Anzahl Produkte Verfahren A} \\ y = \text{Anzahl Produkte Verfahren B} \end{array} \right\} \begin{array}{l} x, y \geq 0 \\ \text{N.N.B.} \end{array}$$

2) Restriktionen

$$\text{Automat I: } 2,4x + 4,8y \leq 480 \quad \rightarrow \quad y = -0,5x + 100$$

$\hookrightarrow S_y(0/100) \quad S_x(200/0)$

$$\text{II: } 4x + 4y \leq 480 \quad \rightarrow \quad y = 120 - x$$

$\hookrightarrow S_y(0/120) \quad S_x(120/0)$

$$\text{III: } 4x + 2y \leq 480 \quad \rightarrow \quad y = 240 - 2x$$

$\hookrightarrow S_y(0/240) \quad S_x(120/0)$

$$\text{IV: } 3x \leq 480 \quad \rightarrow \quad x = 160$$

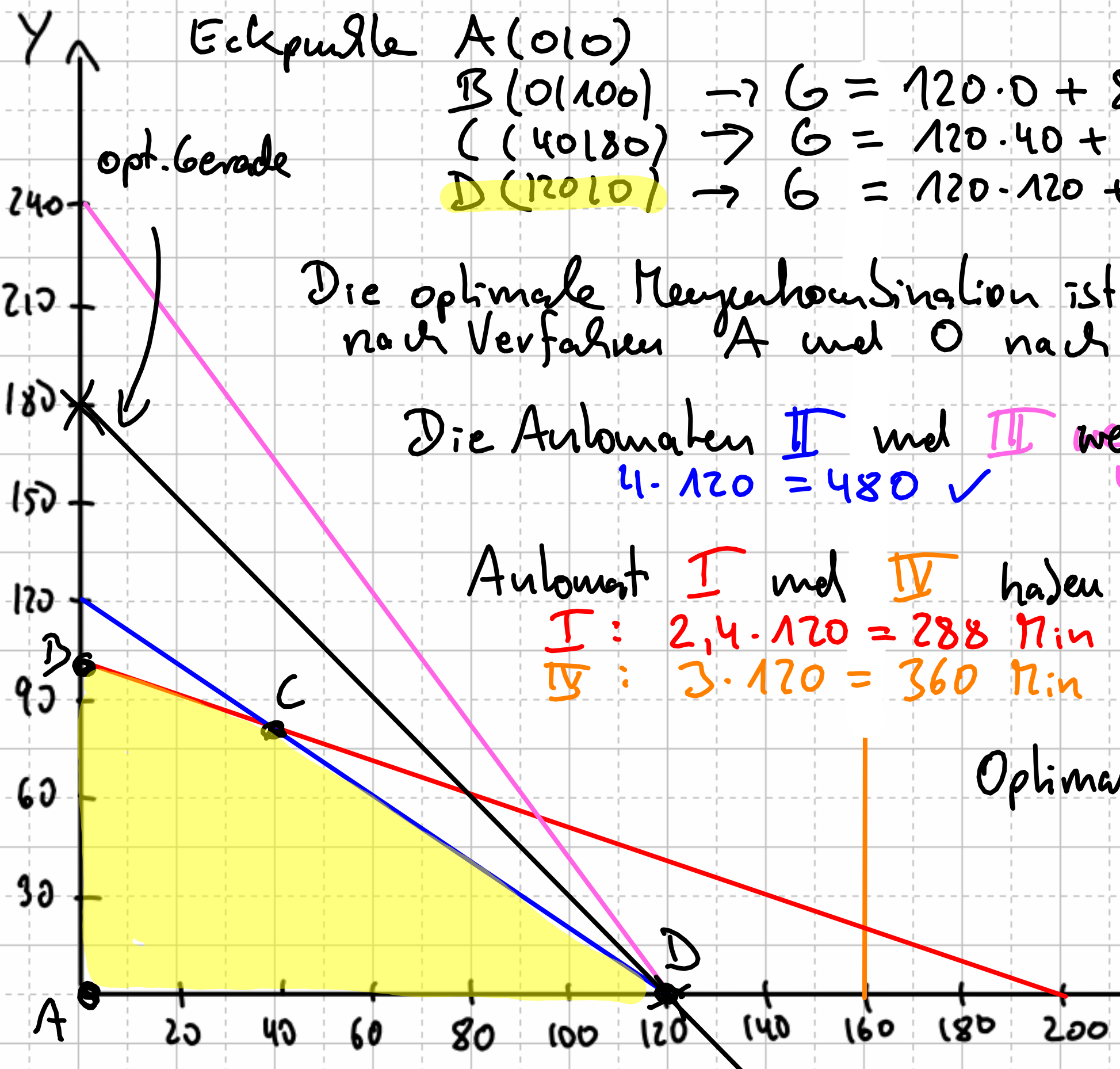
$\hookrightarrow \text{Senkrechte durch } x=160$

3) Zielfunktion

G = Gewinn in €

$$G = 120x + 80y \quad \rightarrow \quad y = \frac{G}{80} - \frac{3}{2}x$$

Automat I  
 II  
 III  
 IV



Eckpunkte A(0|0)

B(0|100) →  $G = 120 \cdot 0 + 80 \cdot 100 = 8000$

C(40|80) →  $G = 120 \cdot 40 + 80 \cdot 80 = 11200$

D(120|0) →  $G = 120 \cdot 120 + 80 \cdot 0 = 14400 \text{ max}$

Die optimale Mengenkombination ist die Produktion von 120 Stück nach Verfahren A und 0 nach Verfahren B.

Die Automaten II und III werden voll ausgelastet.

$4 \cdot 120 = 480 \checkmark$

$4 \cdot 120 = 480 \checkmark$

Automat I und IV haben noch freie Kapazitäten:

I:  $2,4 \cdot 120 = 288 \text{ Min} \rightarrow$  es sind noch 192 Min. frei

IV:  $3 \cdot 120 = 360 \text{ Min} \rightarrow$  es sind noch 120 Min. frei.

Optimale Gerade:  $y = \frac{14400}{80} - \frac{3}{2}x$

$= 180 - \frac{3}{2}x$

↳ Sy(0|180)

Sx(120|0)

S.591, Nr. 12

1) Entscheidungsvariable  $\left. \begin{array}{l} x = \text{Anzahl Produkt A} \\ y = \text{ " " " B} \end{array} \right\} x, y \geq 0$  Nichtnegativ-  
tatsbedingung

2) Restriktionen

Anbauart I:  $2x + 4y \leq 320 \rightarrow y = 80 - \frac{1}{2}x$   
 $\hookrightarrow S_y(0|80) \quad S_x(160|0)$

Anbauart II:  $4x + 4y \leq 400 \rightarrow y = 100 - x$   
 $\hookrightarrow S_y(0|100) \quad S_x(100|0)$

Anbauart III:  $4x + 2y \leq 360 \rightarrow y = 180 - 2x$   
 $\hookrightarrow S_y(0|180) \quad S_x(90|0)$

3) Zielfunktion:  $G = \text{Gewinn in €}$ 

$$G = 9 \cdot x + 12y \rightarrow y = \frac{G}{12} - \frac{3}{4}x$$

Eckpunkte des zulässigen Bereichs

A(0|0)

B(0|80)  $\rightarrow G = 9 \cdot 0 + 12 \cdot 80 = 960$

C(40|60)  $\rightarrow G = 9 \cdot 40 + 12 \cdot 60 = 1080$  max.

D(80|20)  $\rightarrow G = 9 \cdot 80 + 12 \cdot 20 = 960$

E(90|0)  $\rightarrow G = 9 \cdot 90 + 12 \cdot 0 = 810$

Anzahl I

II

III

Die optimale Mengenkombination ist 40 Stück von Produkt A und 60 Stück von Produkt B. Der Gewinn beträgt dann 1080 €.

Die Automaten I und II werden bei dieser Mengenkombination voll ausgelastet:

$$2 \cdot 40 + 4 \cdot 60 = 320$$

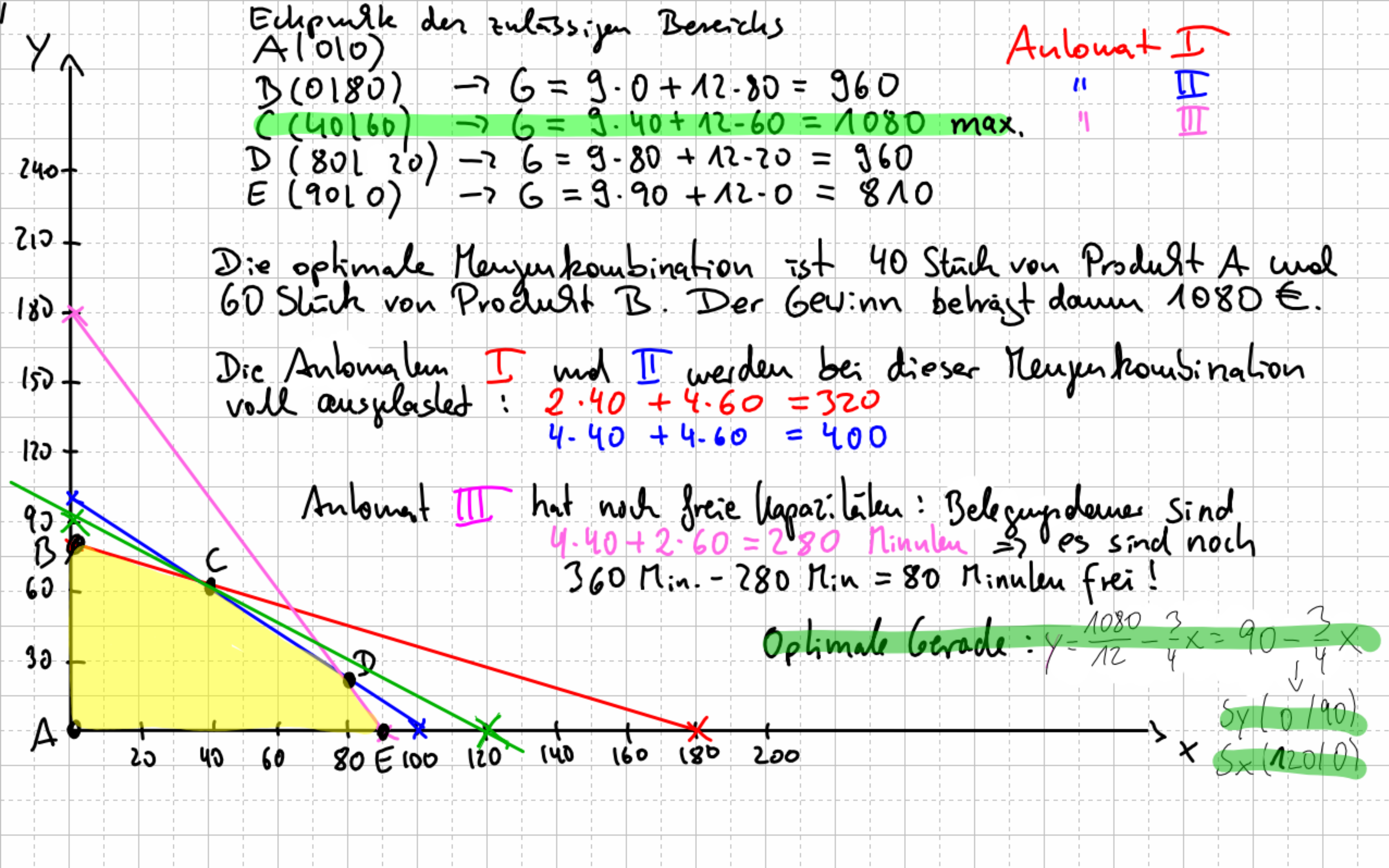
$$4 \cdot 40 + 4 \cdot 60 = 400$$

Automat III hat noch freie Kapazitäten: Belegungsstunden sind  $4 \cdot 40 + 2 \cdot 60 = 280$  Minuten  $\Rightarrow$  es sind noch  $360 \text{ Min.} - 280 \text{ Min.} = 80$  Minuten frei!

Optimale Gerade:  $y = \frac{1080}{12} - \frac{3}{4}x = 90 - \frac{3}{4}x$

$S_y(0|90)$

$S_x(120|0)$



Betriebsstunden an Maschine	Durchschnittliche Arbeitszeit pro Sessel in Stunden		Maximale tägliche Betriebsstundenzahl
	Relax (R)	Freddy (F)	
M1	0,25	0,50	7
M2	0,25	0,25	5
M3	0,50	-	8
M4	-	0,5	6
Gewinn je Sessel in €	150	100	

Die Geschäftsführung benötigt die Produktionsmengen, die zu dem maximalen Gewinn führen.

- a) Bestimmen Sie für das lineare Optimierungsproblem die Entscheidungsvariablen, die einschränkenden Bedingungen in Form von Ungleichungen und die zugehörige Zielfunktion.
- b) Stellen Sie den zulässigen Planungsbereich, der zu den einschränkenden Bedingungen gehört, in Anlage 1 graphisch dar.
- c) Bestimmen Sie die optimale Produktionsmengenkombinationen, den maximalen Gewinn und die ungenutzten Kapazitäten der Maschinen.
- d) Die Gewinnsituation ändert sich kurzfristig. Die Möbelfabrik kann nun für beide Sessel je 150 € Gewinn erzielen. Interpretieren Sie die neue Gewinnsituation.

a) Entscheidungsvariable  
 $x = \text{Anzahl Sessel Relax}$   
 $y = \text{Anzahl Sessel Freddy}$  } NNB  
 $x, y \geq 0$

### Restriktionen

M1:  $0,25x + 0,5y \leq 7$

$\hookrightarrow y = 14 - 0,5x$   $S_y(0/14)$   
 $S_x(28/0)$

M2:  $0,25x + 0,25y \leq 5$

$\hookrightarrow y = 20 - x$   $S_y(0/20)$   
 $S_x(20/0)$

M3:  $0,5x \leq 8$

$\hookrightarrow x = 16$  Senkrechte durch  $x = 16$

M4:  $0,5y \leq 6$

$\hookrightarrow y = 12$  Waagerechte durch  $y = 12$

# Anlage 1

