Betriebsstunden an Maschine	Durchschnittliche Arbeitszeit pro Sessel in Stunden		Maximale tägliche Betriebsstundenzahl
	Relax (R)	Freddy (F)	
M1	0,25	0,50	7
M2	0,25	0,25	5
M3	0,50	-	8
M4	-	0,5	6
Gewinn je Sessel in €	150	100	

Die Geschäftsführung benötigt die Produktionsmengen, die zu dem maximalen Gewinn führen.

a) Bestimmen Sie für das lineare Optimierungsproblem die Entscheidungsvariablen, die einschränkenden Bedingungen in Form von Ungleichungen und die zugehörige Zielfunktion. ✓

b) Stellen Sie den zulässigen Planungsbereich, der zu den einschränkenden Bedingungen gehört, in Anlage 1 graphisch dar.

c) Bestimmen Sie die optimale Produktionsmengenkombinationen, den maximalen Gewinn und die ungenutzten Kapazitäten der Maschinen. ✓

d) Die Gewinnsituation ändert sich kurzfristig. Die Möbelfabrik kann nun für beide Sessel je 150 € Gewinn erzielen. Interpretieren Sie die neue Gewinnsituation.

Zielfunktion

G = Gewinn in €

$G = 150x + 100y \rightarrow y = \frac{G}{100} - \frac{3}{2}x$

a) Entscheidungsvariable

x = Anzahl Sessel Relax
y = " " Freddy

NNB
$x, y \geq 0$

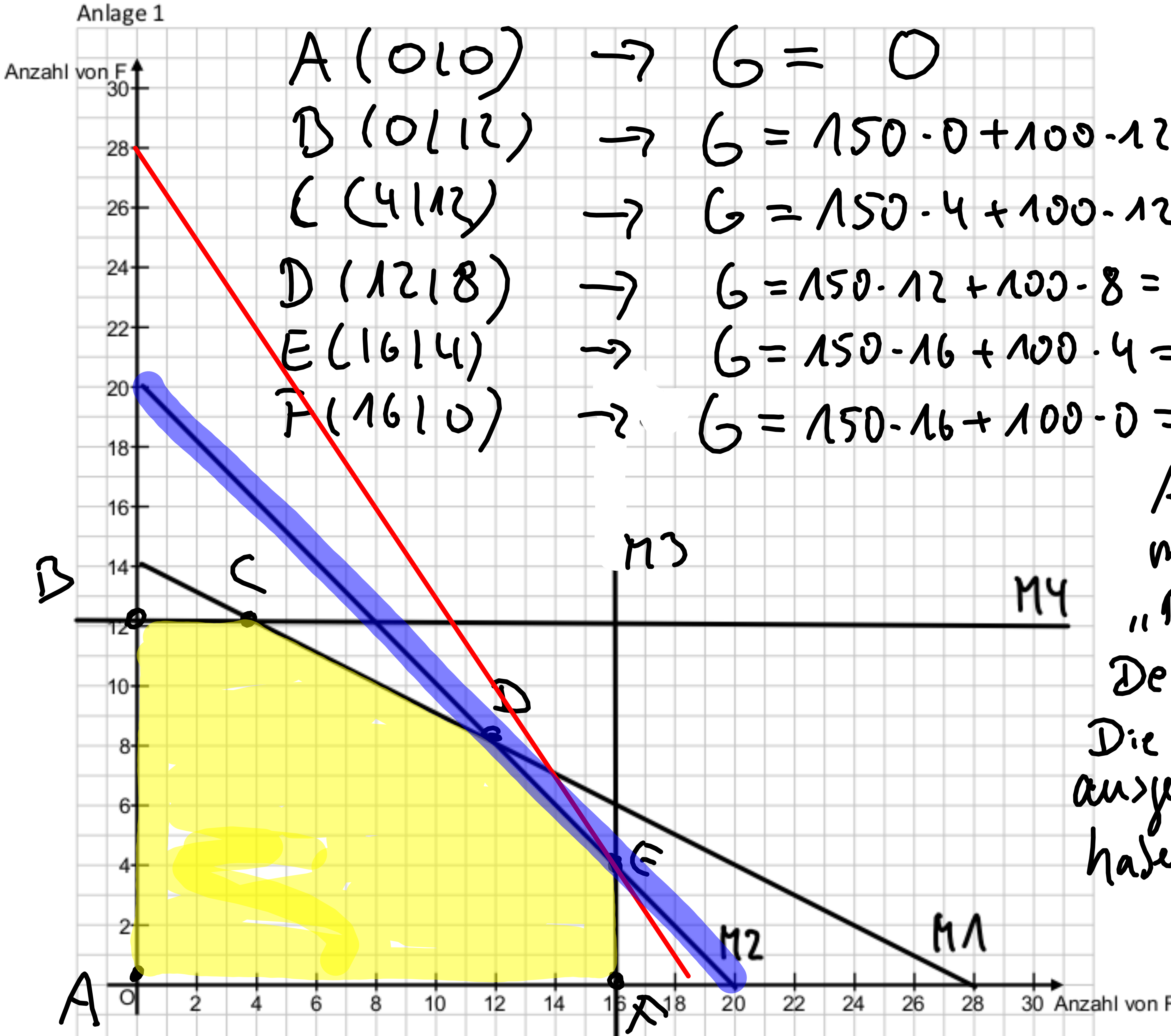
Restriktionen

M1: $0{,}25x + 0{,}5y \leq 7$
↳ $y = 14 - 0{,}5x$ $S_y(0|14)$ $S_x(28|0)$

M2: $0{,}25x + 0{,}25y \leq 5$
↳ $y = 20 - x$ $S_y(0|20)$ $S_x(20|0)$

M3: $0{,}5x \leq 8$
↳ $x = 16$ Senkrechte durch $x = 16$

M4: $0{,}5y \leq 6$
↳ $y = 12$ Waagerechte durch $y = 12$



A (0|0) → G = 0

B (0|12) → G = 150 · 0 + 100 · 12 = 1200

C (4|12) → G = 150 · 4 + 100 · 12 = 1800

D (12|8) → G = 150 · 12 + 100 · 8 = 2600

E (16|4) → G = 150 · 16 + 100 · 4 = 2800 → max

F (16|0) → G = 150 · 16 + 100 · 0 = 2400

Optimale Gerade

$y = \frac{2800}{100} - \frac{3}{2}x$

$S_y(0|28)$ $S_x(18,\overline{6})$

Antwort: Die optimale Produktionsmengenkombination ist 16 Sessel „Relax" und 4 Sessel „Freddy". Der Gewinn beträgt 2800 €. Die Maschinen 2 und 3 werden voll ausgenutzt, die Maschinen 1 und 4 haben freie Kapazitäten

M1: $16 \cdot 0{,}25 + 4 \cdot 0{,}5 = 6$ → 1 Std frei

M4: $16 \cdot 0 + 4 \cdot 0{,}5 = 2$ → 4 Std. frei

d) $G_{neu} = 150x + 150y \rightarrow y = \frac{G_{neu}}{150} - 1x$

Neuberechnung mit Eckpunkten

$A(0|0) \rightarrow G_{neu} = 0$

$B(0|12) \rightarrow G_{neu} = 1800$

$C(4|12) \rightarrow G_{neu} = 2400$

$\left.\begin{array}{l} D(12|8) \rightarrow G_{neu} = 3000 \\ E(16|4) \rightarrow G_{neu} = 3000 \end{array}\right\}$ Nicht eindeutige Lösung!

$F(16|0) \rightarrow G_{neu} = 2400$

Neue optimale Gerade: $y = \frac{3000}{150} - 1x = 20 - 1x \rightarrow S_y(0|20)$

$S_x(20|0)$

d) Die Lösung ist nicht eindeutig! Alle Lösungen zwischen D und E auf der Zielgeraden sind optimale Lösungen, ökonomisch sinnvoll aber nur ganzzahlige, d.h. (12/8), (13/7), (14/6), (15/5), (16/4) sind Mengenkombinationen, die für maximalen Gewinn von 3000 € sorgen.

Die Lösung ist immer dann nicht eindeutig, wenn die Zielgerade die gleiche Steigung hat wie eine Restriktionsgerade. In diesem Fall haben die neue Zielfunktion und die Gerade für Maschine 2 die identische Steigung -1.