WGY13, MLK, 3.2.22

HA vom 31.01.22

1) $G(x) = -0{,}5x^3 + 20x^2 - 182x - 150 \longrightarrow$ HP gesucht

$G'(x) = -1{,}5x^2 + 40x - 182$

$G''(x) = -3x + 40$

Notw. Bed. für HP: $G'(x) = 0 \iff x = 5{,}82 \lor x = 20{,}85$

solve (g1(x)=0,x) oder zeros(f(x),x)

Hinr. Bed. für HP: $G'(x) = 0 \land G''(x) < 0$

$G''(5{,}82) = 22{,}54 > 0 \Rightarrow$ TP bei $x = 5{,}82$

$G''(20{,}85) = -22{,}55 < 0 \Rightarrow$ HP bei $x = 20{,}85$

y-Wert: $G(20{,}85) = 217{,}77$ HP$(20{,}85 / 217{,}77)$

Antwort: Der maximale Gewinn liegt bei 217,77 GE und wird bei einer gewinnmaximalen Menge von 20.85 ME erreicht!

2) $K(x) = +\frac{1}{2}x^3 - 20x^2 + 322x + 150$

$k(x) = \frac{K(x)}{x} = \frac{1}{2}x^2 - 20x + 322 + \frac{150}{x}$

↳ Stückkostenfunktion

$k'(x) = x - 20 - \frac{150}{x^2}$

$k''(x) = 1 + \frac{300}{x^3}$

Notw. Bed. für TP: $k'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 20{,}36$

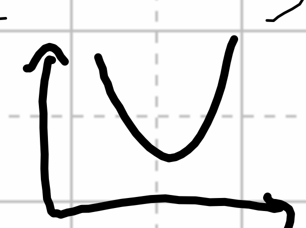
Hinr. Bed. für TP: $k'(x) = 0 \wedge k''(x) > 0$

$k''(20{,}36) = 1{,}04 > 0 \Rightarrow$ TP bei $x = 20{,}36$

y-Wert: $k(20{,}36) = 129{,}43$

TP$(20{,}36 / 129{,}43)$

Betriebsoptimum ↲ ↳ LPU



$k_v(x) = \frac{K_v(x)}{x} = \frac{1}{2}x^2 - 20x + 322$

↳ variable Stückkostenfunktion

$k_v'(x) = x - 20$

$k_v''(x) = 1$

Notw. Bed. für TP: $k_v'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 20$

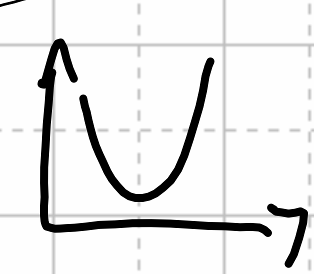
Hinr. Bed. für TP: $k_v'(x) = 0 \wedge k_v''(x) > 0$

$k_v''(20) = 1 > 0 \Rightarrow$ TP bei $x = 20$

y-Wert: $k_v(20) = 122$

TP$(20 / 122)$

Betriebsminimum ↲ ↳ KPU



$$\left(\frac{150}{x^{1}}\right)' = \left(150 \cdot x^{-1}\right)' = -1 \cdot 150 \cdot x^{-1-1} = -150 \cdot x^{-2}$$

$$= \frac{-150}{x^2}$$

$$\left(\frac{-150}{x^2}\right)' = \left(-150x^{-2}\right)' = -2 \cdot (-150)x^{-3} = 300x^{-3} = \frac{300}{x^3}$$

Wiederholung Analysis

3) Standardaufgabe: Wendepunkt berechnen / ermitteln

1.) Funktion definieren — CAS: $f(x):=$

2.) 1., 2., 3. Ableitung definieren $f'(x) \wedge f''(x)$ $f'''(x)$ — CAS: $f3(x):=\frac{d}{dx}(f2(x))$

↳ aufschreiben

↳ auf Variablenbezeichnung achten!

3.) Notwendige Bedingung für WP: $f''(x)=0$ — CAS: solve(f2(x)=0, x) oder zeros(f2(x), x)

$\Leftrightarrow x = \ldots$

4) Hinreichende Bedingung für WP: $f''(x)=0 \wedge f'''(x)\neq 0$

$f'''(\quad) > 0 \Rightarrow$ WP bei $x=$ mit RL-Wechsel — $f3(\quad)$

$f'''(\quad) < 0 \Rightarrow$ WP bei $x=$ mit LR-Wechsel

5.) y-Wert $f(\quad) = \quad$ WP(|) — CAS: $f(\quad)$

6.) Einordnen des Ergebnisses in Aufgabenkontext bzw. Sachzusammenhang $\Rightarrow$ Antwort formulieren

Mögliche ökon. Fragen:

- WP der Kostenfunktion (Wechsel degressiv – progressiv)
- maximaler Rückgang bzw. Zuwachs z.B von Absatz- oder Umsatzentwicklungen

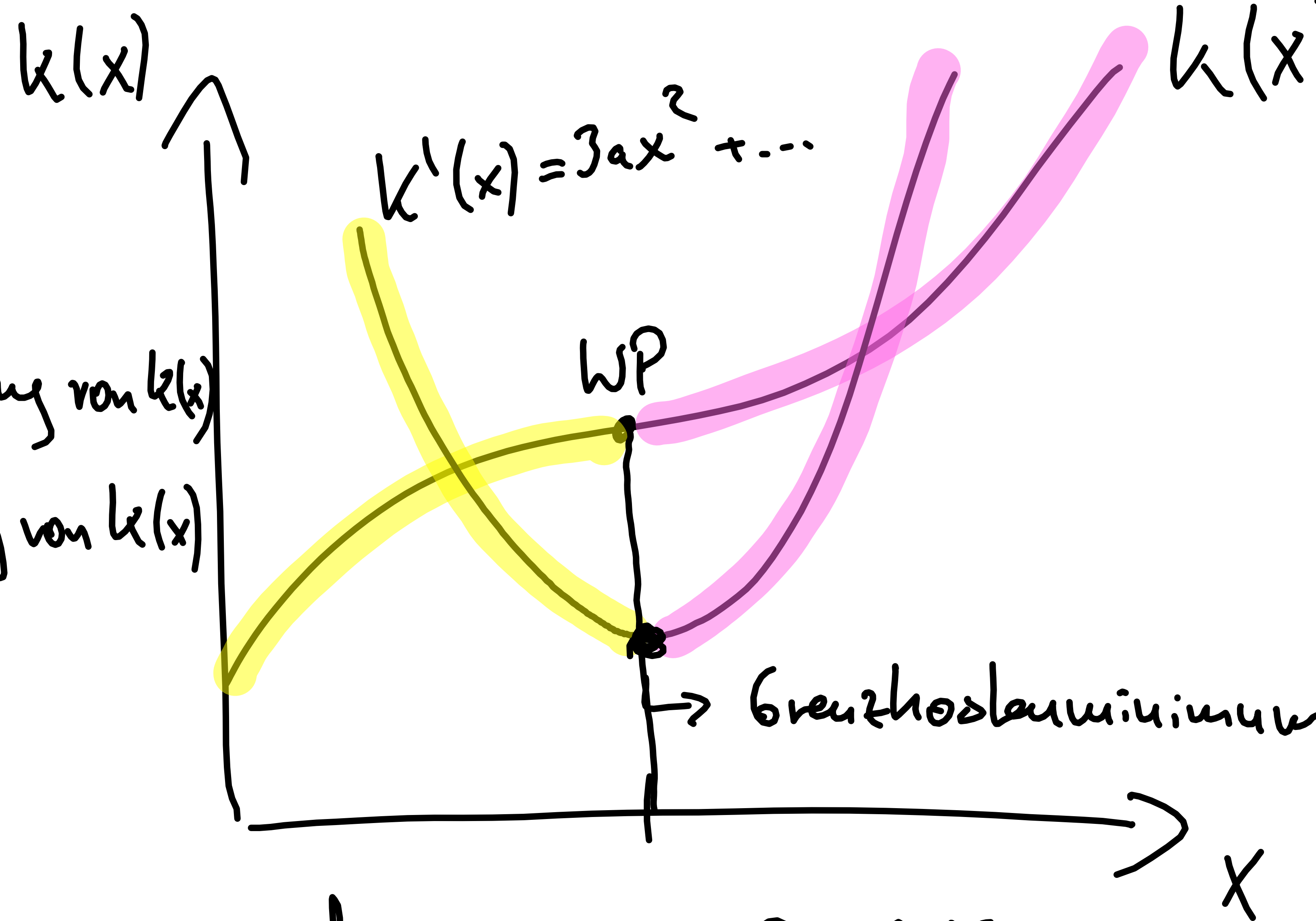
$k(x) = ax^3 \dots$

↑

Rechtskrümmung von $k(x)$

Linkskrümmung von $k(x)$

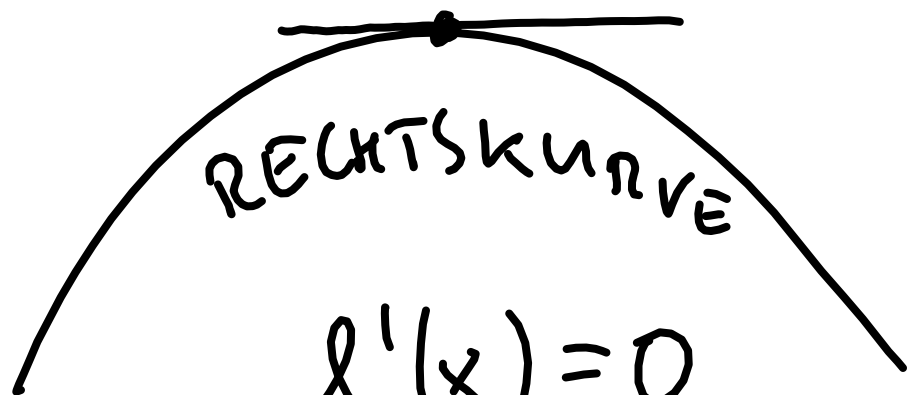
↓



$K'(x)$ Grenzkosten

degressive Kostensteigung	progressive Kostensteigung
sinkende Grenzkosten	steigende Grenzkosten

HP



$f'(x) = 0$

$\wedge$

$f''(x) < 0$

$\hookrightarrow$ R

TP

$f'(x) = 0$

$\wedge$

$f''(x) > 0$

$\hookrightarrow$ L