Stochastik

1) Bedingte Wahrscheinlichkeit und stochastische Unabhängigkeit

Alternative: $P_B(A)$

$P(A \cap B) = P(B \cap A)$

Totale W. für das Ereignis A: $P(A)$

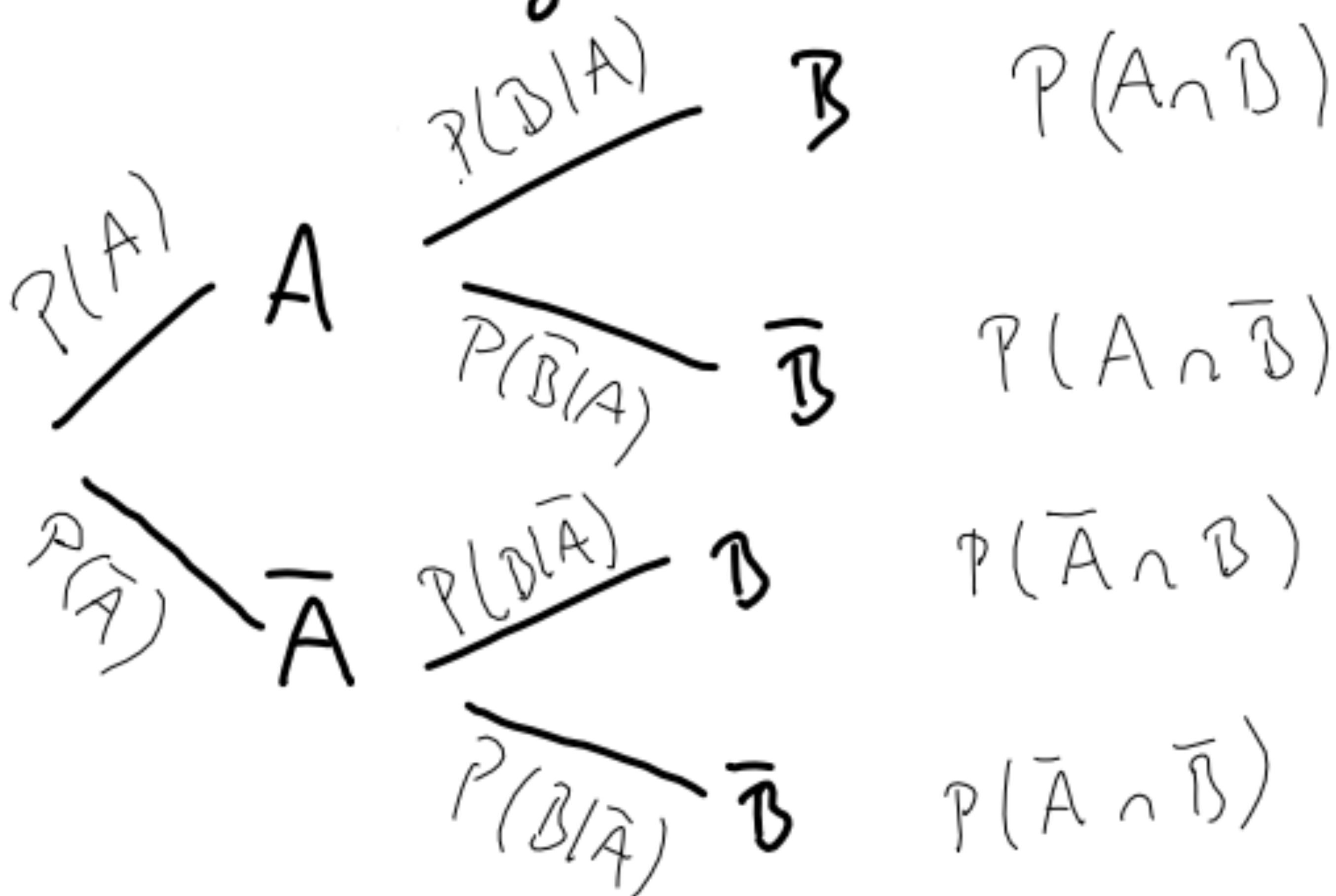
" " " B: $P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)$

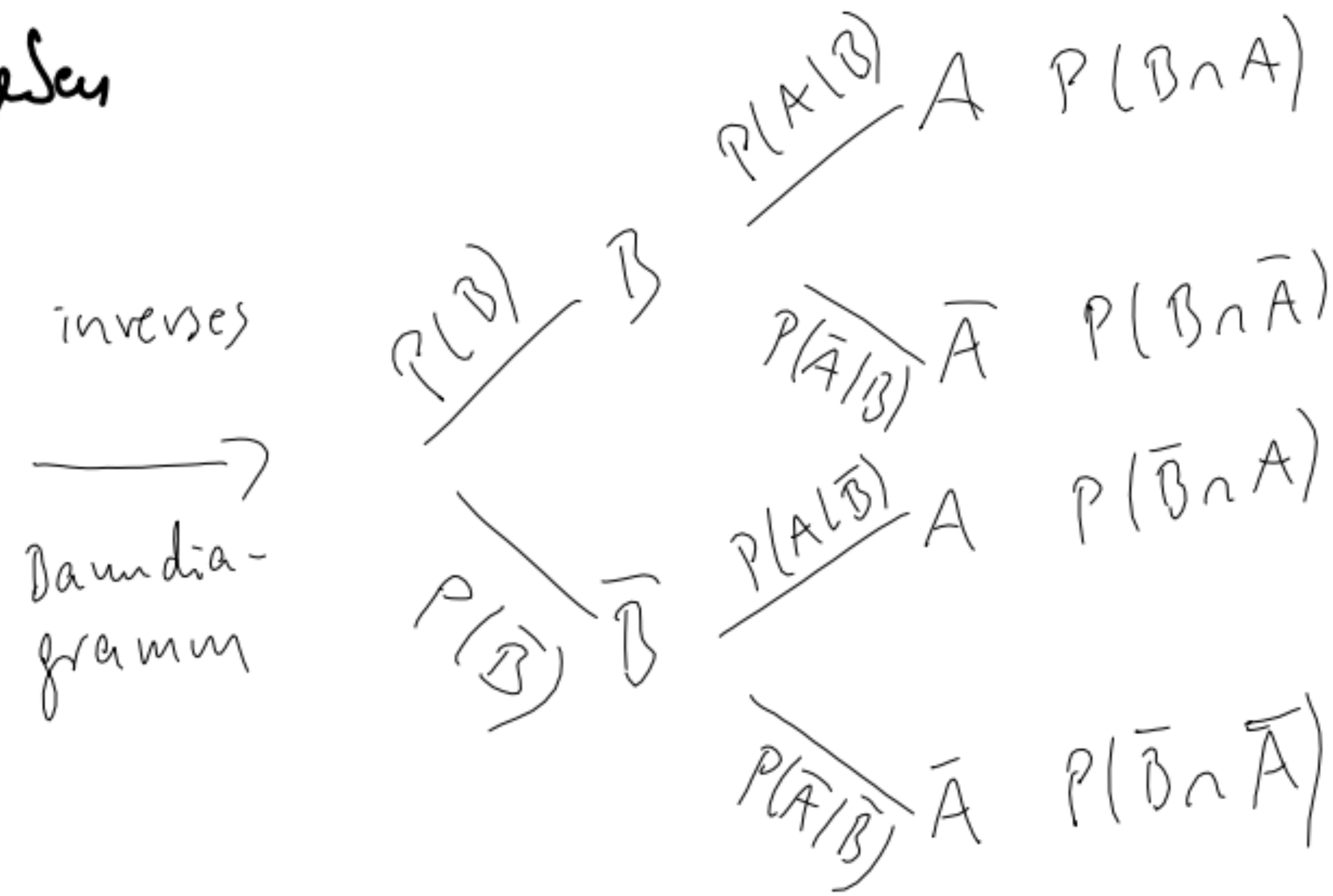
Bedingte Wahrscheinlichkeiten: Bsp: $P(A|B) = \frac{P(B \cap A)}{P(B)}$ (Satz von Bayes)

ist die W., dass Ereignis A eintritt nachdem B bereits sicher eingetreten ist.

Bedingte und totale Wahrscheinlichkeiten

Zwei Ereignisse A und B sind gegeben





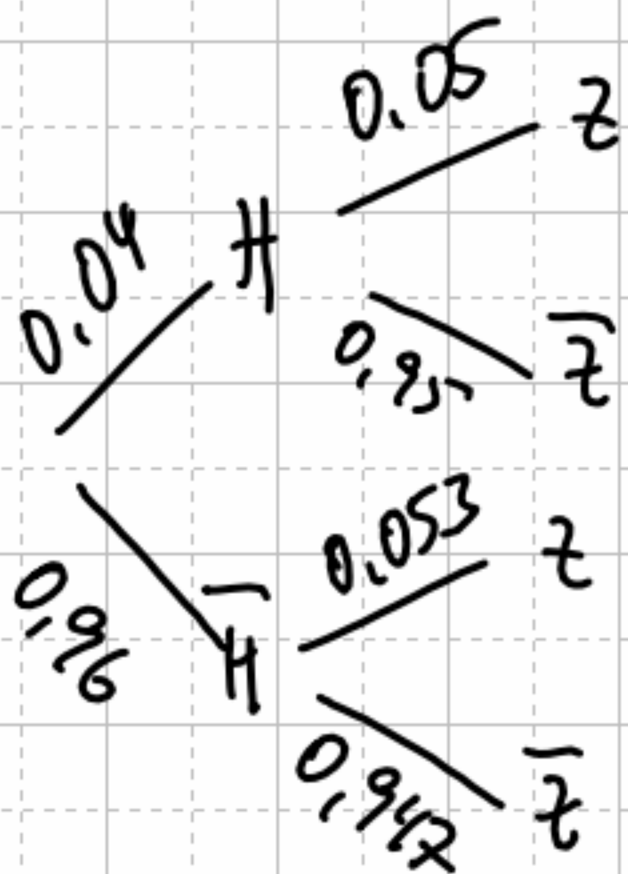
AB: 2021, LK, CAS

$P(Z) = P(H \cap Z) + P(\overline{H} \cap Z) = 0{,}002 + 0{,}0509$

$= 0{,}0529$ (2. Pfadregel)

4.3 H: Halterung defekt $\overline{H}$: Halterung ok

Z: Zielscheibe defekt $\overline{Z}$: Zielscheibe ok



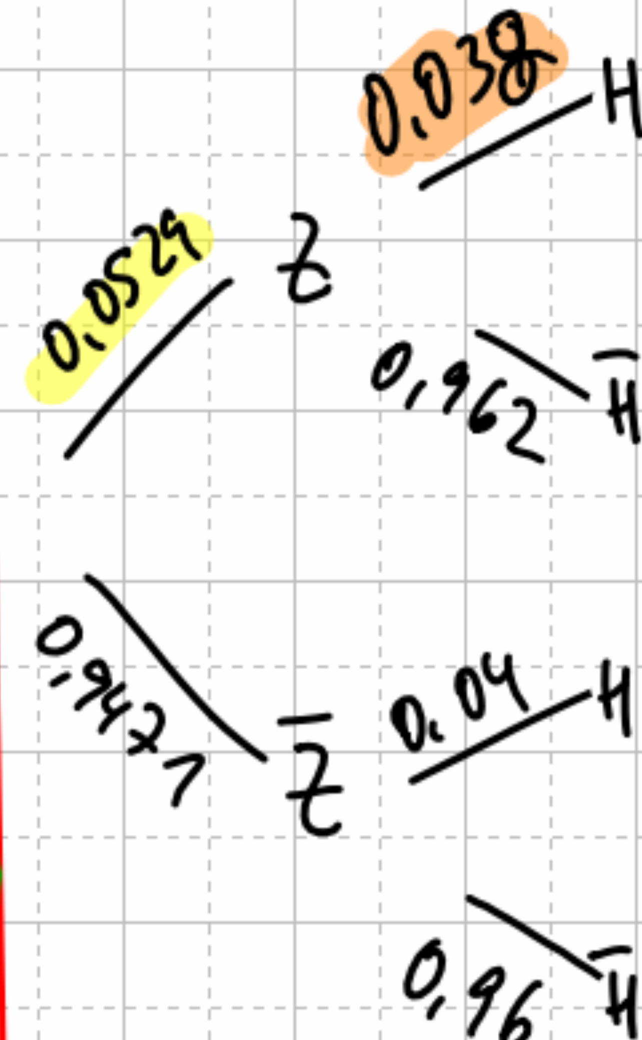
$P(H \cap Z) = 0{,}04 \cdot 0{,}05$

$= 0{,}002$

$P(H \cap \overline{Z}) = 0{,}038$

$P(\overline{H} \cap Z) = 0{,}0509$

$P(\overline{H} \cap \overline{Z}) = 0{,}9091$



$P(Z \cap H) = 0{,}002$

$P(Z \cap \overline{H}) = 0{,}0509$

$P(\overline{Z} \cap H) = 0{,}038$

$P(\overline{Z} \cap \overline{H}) = 0{,}9091$

Satz von Bayes: $P_Z(H) = P(H \mid Z) = \frac{P(Z \cap H)}{P(Z)} = \frac{0{,}002}{0{,}0529} = 0{,}038$

- $P(\overline{Z} \cap \overline{H}) = 0{,}9091$ ist die W., dass sowohl Halterung als auch Zielbrett fehlerfrei sind.
- $P_{\overline{H}}(\overline{Z}) = P(\overline{Z} | \overline{H}) = 0{,}947$ ist die bedingte W., dass das Zielbrett fehlerfrei ist ($\overline{Z}$) nachdem die Halterung mit Sicherheit ebenfalls fehlerfrei ist ($\overline{H}$).

$P_Z(\overline{H}) = P(\overline{H} / Z) = 0{,}962$ ist die bedingte W., dass die Halterung fehlerfrei ist, wenn das Zielbrett mit Sicherheit fehlerhaft ist.

Stochastische Unabhängigkeit: $P(H \cap Z) = P(H) \cdot P(Z) \Rightarrow$ H und Z sind sto. unabhängig!

$P(H \cap Z) = 0{,}002$

$P(H) \cdot P(Z) = 0{,}04 \cdot 0{,}0529 = 0{,}002116 \neq 0{,}002 \Rightarrow$ H und Z sind stochastisch abhängig

Binomialverteilung

Eine Zufallsvariable X (ZV X) ist binomialverteilt, wenn

- ein Bernoulli-Versuch (genau zwei Ausgänge) wiederholt durchgeführt wird (n-mal)
- die Trefferwahrscheinlichkeit p bei jedem Versuch gleich ist
- die einzelnen Versuche unabhängig voneinander sind

<u>Schreibweise</u>: ZV X, $X \sim B(n;p)$

X ist binomialverteilt mit den Parametern n und p

Formel von Bernoulli $P(X=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

Binomialkoeffizient

CAS-Befehle:

$\binom{n}{k}$	nCr(n, k)	menu → 5 → 3 (komb.)
$P(X=k)$	binomPdf(n, p, k)	menu → 5 → 5 → A
$P(a \leq X \leq b)$	binomCdf(n, p, a, b)	menu → 5 → 5 – B

$X \sim B(n;p)$

Erwartungswert: $n \cdot p = \mu$

Standardabweichung: $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

Varianz : $V(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$

Abi 2021, LK, CAS

4.1.2 $n = 160$ $p = 0.04$ ZV X: Anzahl Anlagen mit fehlerhafter Halterung

Verteilung $X \sim B(160; 0{,}04)$

$P(A) = P(X=4) = 0{,}1155$