Analysis

1) Ganzrationale Funktionen
    a. Aufstellung von Funktionsgleichungen aus vorgegebenen Bedingungen, auch durch Regression mithilfe des GTR/CAS
    b. Extrem- und Wendepunkte

2) Exponentialfunktionen
    a. Aufstellung von Funktionsgleichungen vom Typ $f(x) = a \cdot b^x$ aus vorgegebenen Bedingungen, auch durch Regression mithilfe des GTR/CAS
    b. Funktionen vom Typ $f(x) = p(x) \cdot e^{q(x)}$ mit p, q ganzrationale Funktionen
    c. Extrem- und Wendepunkte

3) Ökonomische Anwendungen
    a. Modell der vollständigen Konkurrenz
    b. Modell Angebotsmonopol
    c. Absatzentwicklung/Umsatzentwicklung

Lineare Algebra / Analytische Geometrie

1) Matrizen / Lineare Gleichungssysteme
    a. stochastische Matrizen
    b. Matrizenverknüpfungen und Matrizengleichungen
    c. Inverse Matrizen
    d. LGS und Kriterien für deren Lösbarkeit / Rang einer Matrix

2) Weitere ökonomische Anwendungen
    a. Logistische Zusammenhänge, Kundenwanderung, Mobilität, etc.
    b. innerbetriebliche Verflechtungen, mehrstufige Produktionsprozesse

Stochastik

1) Bedingte Wahrscheinlichkeit und stochastische Unabhängigkeit

2) Binomialverteilung
    a. Bernoulli-Versuch
    b. Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung
    c. Summenfunktion der Binomialverteilung

3) Ökonomische Anwendungen
    a. Kostenabwägungen, Qualitätsprüfungen. Prüfen von Produktionsprozessen

Alle Themenbereiche können auch die Verwendung von Parametern enthalten.

Fahrplan für die letzten 5 Wochen

WGY13, MLK
7.3.22

Wünsche:
- Matrizengleichungen
- Rangkriterien / Gauß-Algorithmus
- e-Funktionen
- Parameter → in allen drei Bereichen
- inverses Baumdiagramm, Satz von Bayes (ohne Hilfsmittel)
- ökonomische Bedeutungen
- zweistufiger Produktionsprozess
- falls noch Zeit: Integralrechnung (nicht fokussiert)

Matrizengleichungen:

Merkmal: Division von Matrizen ist nicht definiert

↳ Alternative: Mit geeigneten Inversen multiplizieren!

Bsp: $A \cdot X = C \quad | : A$ ↳ funktioniert nicht!

aber $A \cdot X = C \quad | \cdot A^{-1}$ von links

$\Leftrightarrow A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot C \Leftrightarrow E \cdot X = A^{-1} \cdot C \Leftrightarrow \underline{\underline{X = A^{-1} \cdot C}}$

Wichtige Regeln:

- Multiplikation von Matrizen ist nicht kommutativ, d.h

  $A \cdot B \neq B \cdot A$ (in der Regel)

- $A \cdot (B+C) = A \cdot B + A \cdot C$
- $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
- $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$
- $E \cdot A = A \cdot E = A$

  ↳ E ist das neutrale Element der Matrizen-Multiplikation

  ↳ vergleichbar der Zahl 1 bei der Multiplikation von Zahlen

Übungen Matrizengleichungen

Bestimmen Sie X.

1) $X \cdot B = C$

2) $X \cdot (A+B) = A$

3) $C \cdot X + A = B$

4) $A \cdot X \cdot B = B$

5) $(X+A) \cdot B = X$

6) $A \cdot X = B \cdot X$

7) $X \cdot A \cdot B - X \cdot C = A$

8) $A \cdot X = B + A$

1) $X \cdot B = C \quad | \cdot B^{-1}$ v.r. $\Leftrightarrow X = C \cdot B^{-1}$ ✓

2) $X \cdot (A+B) = A \quad | \cdot (A+B)^{-1}$ v.r. $\Leftrightarrow X = A \cdot (A+B)^{-1}$

3) $C \cdot X + A = B \quad | -A \Leftrightarrow CX = B - A \quad | \cdot C^{-1}$ v.l
$\Leftrightarrow X = C^{-1} \cdot (B - A)$

4) $A \cdot X \cdot B = B \quad | \cdot A^{-1}$ v.l $| \cdot B^{-1}$ v.r $\Leftrightarrow X = A^{-1}$

5) $(X+A) \cdot B = X \Leftrightarrow X \cdot B + A \cdot B = X \quad | -X \ -AB$
$\Leftrightarrow X \cdot B - X = -A \cdot B \quad |$ X n.l. ausklam.
$\Leftrightarrow X \cdot (B - E) = -A \cdot B \quad | \cdot (B-E)^{-1}$ v.r
$\Leftrightarrow X = -A \cdot B \cdot (B-E)^{-1}$

6) $A \cdot X = B \cdot X \quad | -BX \Leftrightarrow AX - BX = 0$
$\Leftrightarrow (A-B) \cdot X = 0 \quad | \cdot (A-B)^{-1}$ v.l $\Leftrightarrow X = 0$

7) $XAB - XC = A \Leftrightarrow$ X n.l. ausklammern
$\Leftrightarrow X \cdot (AB - C) = A \quad | \cdot (AB-C)^{-1}$ v.r
$\Leftrightarrow X = A \cdot (AB - C)^{-1}$

8) $AX = B + A \quad | \cdot A^{-1}$ v.l $\Leftrightarrow X = A^{-1} \cdot (B+A)$

5) $(X+A)\cdot B = X \quad | \cdot (X+A)^{-1}$ v.l.

$\Leftrightarrow \quad B = (X+A)^{-1} \cdot X$

$6 \cdot x = 3 \cdot x \quad | -3x$

$\Leftrightarrow \quad 3x = 0 \quad | :3$

$x = 0$

$4x + 8 = x \quad | -8$

$4x = x - 8 \quad | -x$

$3x = -8 \quad | :3$

Inverse ohne CAS

$$A \mid E \xrightarrow[\text{Algorithmus}]{\text{Gauß-}} E \mid A^{-1}$$

Rang einer Matrix A : Anzahl der Nicht-Nullzeilen von A in der Diagonalform
↳ CAS-Befehle ref, rref

Der Rang ist höchstens so groß wie die Zeilenzahl m von A.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Rang $A = 2$, weil es zwei Zeilen gibt in der Diagonalform, die mindestens einen von 0 verschiedenen Eintrag haben.