AS: 2016, LK, CAS

1.1.1 $\quad p_N(x) = 6\cdot e^{-0{,}015x+2} \qquad x \geq 0$

$\quad p_A(x) = a\cdot e^{0{,}2x} + 7 \qquad x \geq 0,\ a > 0$

Einfluss von a auf das Marktgleichgewicht

$a = 0{,}03:\ p_N(x) = p_A(x) \overset{\text{solve}}{\Longleftrightarrow} x = 32{,}562$ $\qquad$ CAS pN(x):= $\quad$ pA(x):=

$p_N(32{,}562) = 27{,}2032 \qquad GG(\underset{x_g}{32{,}562} \mid \underset{p_g}{27{,}2032})$

$a = 0{,}04:\ GG(\underset{x_g}{31{,}2551} \mid \underset{p_g}{33{,}9376})$

$a = 0{,}2:\ GG(\underset{x_g}{23{,}93} \mid \underset{p_g}{30{,}96})$

$a = 0{,}01:\ GG(\underset{x_g}{37{,}545} \mid \underset{p_g}{25{,}2439})$

Für die Gleichgewichtsmenge gilt: Je größer a, desto kleiner x_g.

Für den Gleichgewichtspreis p_g gilt

- zunächst steigt der Preis mit steigendem a,

sinkt dann aber trotz steigendem a.

Produkt- und Kettenregel

Produktregel: $f(x) = u(x) \cdot v(x)$ kurz $f = u \cdot v$

$\Rightarrow f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$ kurz $f' = u' \cdot v + u \cdot v'$

Kettenregel $f(x) = \underbrace{u(\underbrace{v(x)}_{\text{innen}})}_{\text{außen}}$ $\Rightarrow f'(x) = \underbrace{u'(v(x))}_{\text{äußere Ableitung}} \cdot \underbrace{v'(x)}_{\text{innere Ableitung}}$

Bsp: $f(x) = \underbrace{6 \cdot x}_{u} \cdot \underbrace{e^{2x}}_{v}$

$u(x) = 6x$

$u'(x) = 6$

$v(x) = e^{2x}$ (u: e, v: $2x$)

$v'(x) = 2e^{2x}$ (v': 2, u': e^{2x})

↳ Kettenregel

außen e^{hoch}

innen $2x$

↳ innere Abl. 2

äußere Abl.: e^{hoch}

$f'(x) = \underset{u'}{6} \cdot \underset{v}{e^{2x}} + \underset{u}{6x} \cdot \underset{v'}{2e^{2x}}$

$= (6 + 6x \cdot 2) \cdot e^{2x}$

$= e^{2x} \cdot (6 + 12x)$

Quotientenregel

$$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{u'(x)\cdot v(x) - u(x)\cdot v'(x)}{(v(x))^2}$$

Bsp.: $f(x) = \frac{2x-1}{x^2}$

$u(x) = 2x-1$ $\quad u'(x) = 2$

$v(x) = x^2$ $\quad v'(x) = 2x$

$$f'(x) = \frac{2x^2 - (2x-1)\cdot 2x}{(x^2)^2} = \frac{2x^2 - (4x^2 - 2x)}{x^4} = \frac{-2x^2+2x}{x^4}$$

$$= \frac{x(-2x+2)}{x^4}$$

$$= \frac{-2x+2}{x^3}$$

Übungen

Ableitung von

a) $f(x) = \frac{3x^2+1}{x}$

$u(x) = 3x^2+1 \quad v(x) = x$
$u'(x) = 6x \quad v'(x) = 1$

b) $f(x) = 5x^2 \cdot e^{-1x}$

$u(x) = 5x^2 \quad v(x) = e^{-x}$
$u'(x) = 10x \quad v'(x) = -1e^{-x}$

c) $f(x) = 3e^{x^2+x}$

$u(x) = 3 \quad v(x) = e^{x^2+x}$
$u'(x) = 0 \quad v'(x) = (2x+1) \cdot e^{x^2+x}$

a) $f'(x) = \frac{6x \cdot x - ((3x^2+1) \cdot 1)}{x^2} = \frac{6x^2 - (3x^2+1)}{x^2} = \frac{6x^2 - 3x^2 - 1}{x^2} = \frac{3x^2-1}{x^2}$

b) $f'(x) = 10x \cdot e^{-1x} + 5x^2 \cdot (-1e^{-1x}) = e^{-1x} \cdot (10x + 5x^2 \cdot (-1)) = e^{-x} \cdot (10x - 5x^2)$

$= 5xe^{-x} \cdot (2 - x)$

Erinnerung: SvN Satz vom Nullprodukt

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 5x \cdot e^{-x} \cdot (x-2) = 0 \Leftrightarrow 5x = 0 \vee e^{-x} = 0 \vee x-2 = 0$$

$$\underline{\underline{x = 0}} \qquad \lightning \qquad \underline{\underline{x = 2}}$$

c) $f'(x) = \underset{u'}{0} \cdot \underset{v}{e^{x^2+x}} + \underset{u}{3} \cdot \underset{v'}{(2x+1) \cdot e^{x^2+x}}$

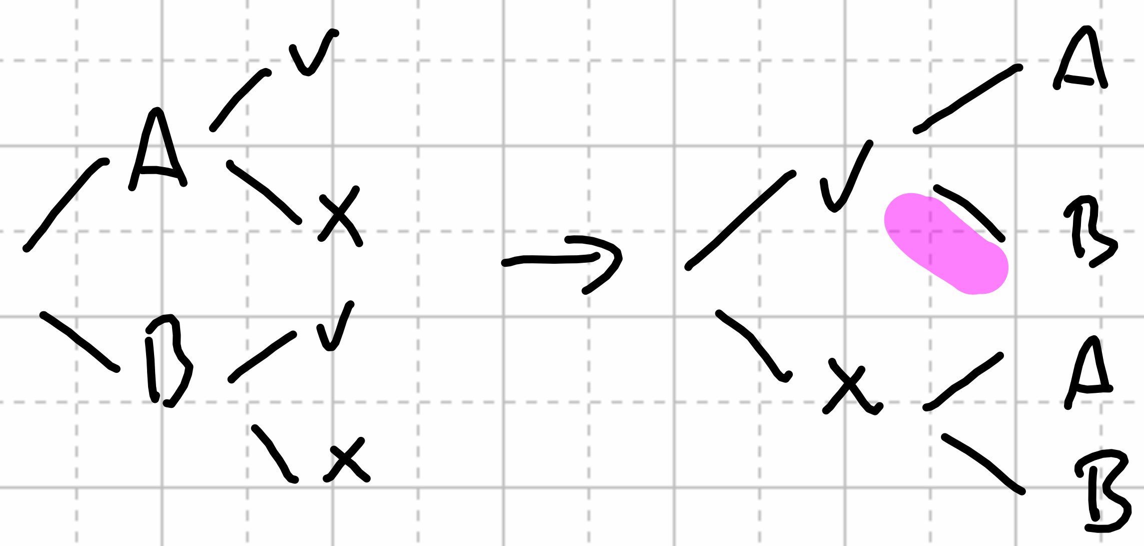
$$= (6x+3) \cdot e^{x^2+x}$$

Aufgabe: (Bayes)

Eine Firma hat Lieferanten A und B, wobei A 70 % der Ware (DVDs) liefert. Die Ausschussquoten liegen bei 5 % (A) bzw. 8 % (B).
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine zufällig ausgewählte DVD, die kein Ausschuss ist, von Lieferant B. Bezeichnung: $\times \hat{=}$ Ausschuss, $\checkmark \hat{=}$ kein Ausschuss

$$P(B \mid \checkmark) = P_{\checkmark}(B) = \frac{P(B \cap \checkmark)}{P(\checkmark)} = \frac{P(B \cap \checkmark)}{P(A \cap \checkmark) + P(B \cap \checkmark)}$$

$$= \frac{0{,}3 \cdot 0{,}92}{0{,}7 \cdot 0{,}95 + 0{,}3 \cdot 0{,}92} = 0{,}2933$$



Aufgabe (Bayes)

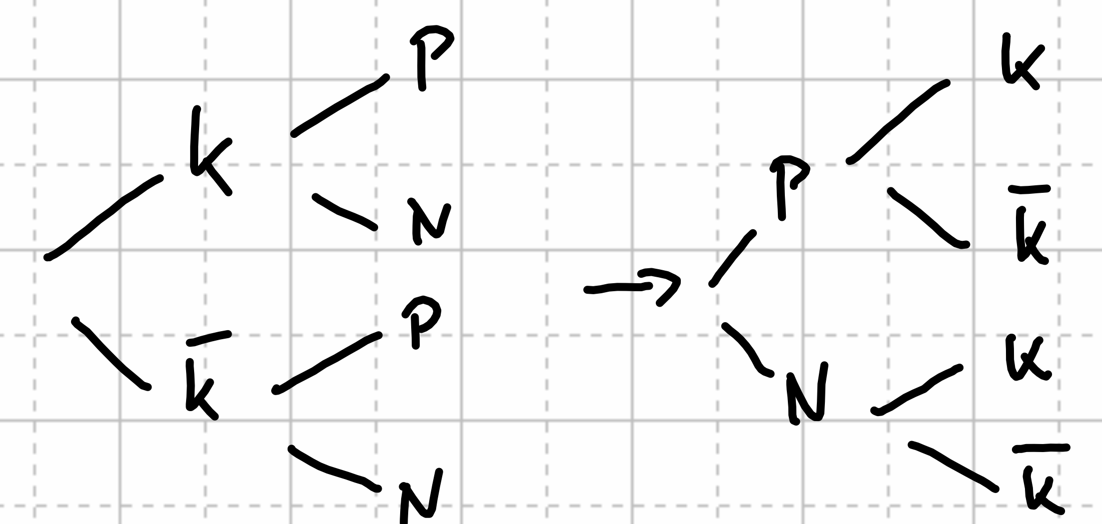
5 % der Bevölkerung hat eine seltene Krankheit. Der Test zur Erkennung identifiziert die Krankheit zu 85 % richtig. In 5 % der Fälle wird ein Test die Krankheit irrtümlich anzeigen. Mit welcher W. hat ein Patient, bei dem die Krankheit vom Test angezeigt wird, die Krankheit tatsächlich?

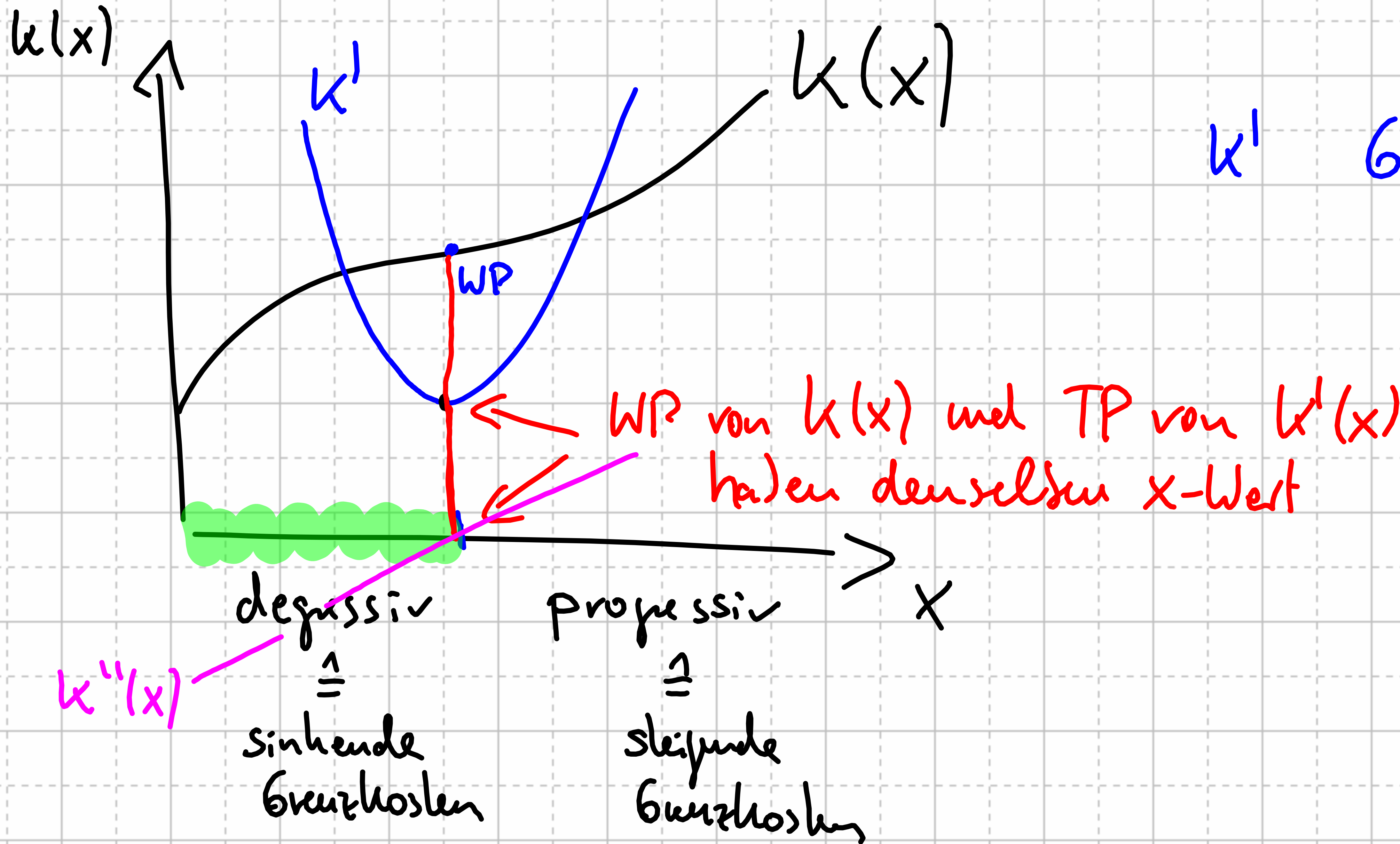
$K \,\hat{=}\,$ krank $\bar{K} \,\hat{=}\,$ gesund $P \,\hat{=}\,$ Test fällt <u>positiv</u> aus $N \,\hat{=}\,$ Test fällt <u>negativ</u> aus

$$P(K \mid P) = P_P(K)$$

$$= \frac{P(K \cap P)}{P(P)} = \frac{P(K \cap P)}{P(K \cap P) + P(\bar{K} \cap P)}$$

$$= \frac{0{,}05 \cdot 0{,}85}{0{,}05 \cdot 0{,}85 + 0{,}95 \cdot 0{,}05} = 0{,}4722$$





K' Grenzkosten