$n = 5000 \qquad p = 0{,}2$

Mit welcher W. weicht die Anzahl Treffer um höchstens das Doppelte der Standardabweichung vom Erwartungswert ab?

$X \sim B(5000;\, 0{,}2) \qquad \mu = n \cdot p = 1000 \qquad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = 28{,}28$

$\mu - 2 \cdot \sigma = 943{,}44 \rightarrow 944$

$\mu + 2 \cdot \sigma = 1056{,}56 \rightarrow 1056$

immer Richtung μ runden!

$P(944 \leq X \leq 1056) = 0{,}9543$

binomCdf(5000, 0.2, 944, 1056)

stellt die zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung dar.
Beurteilen Sie auf der Grundlage des Histogramms, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

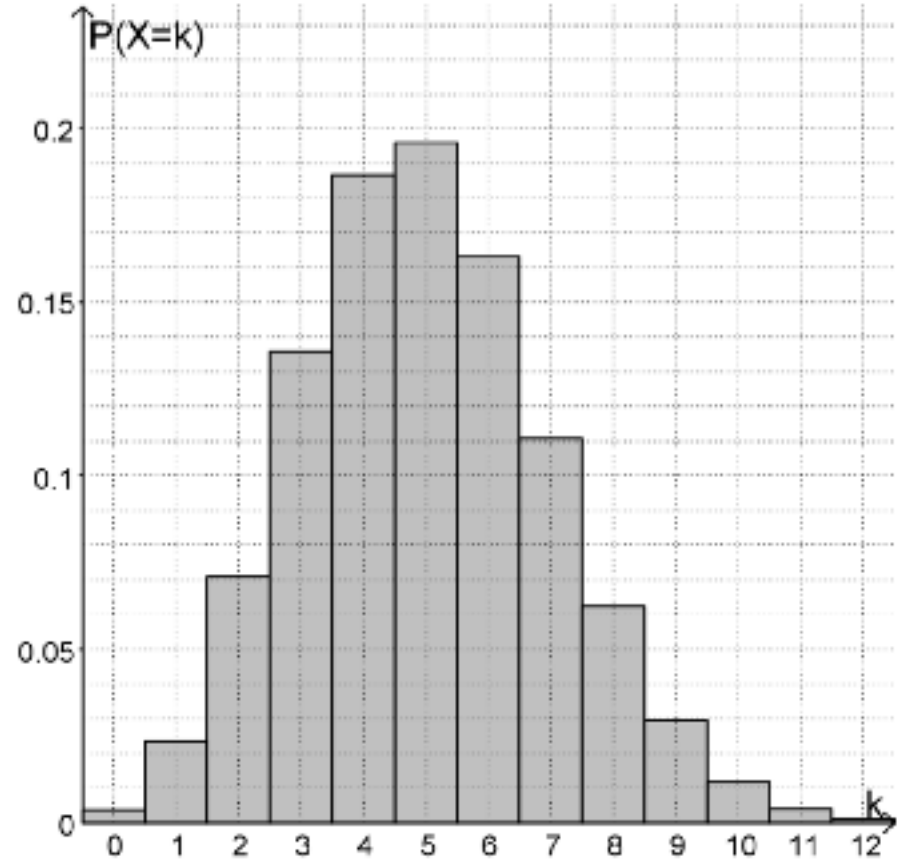


Abbildung 3

Aussage 1: Die Wahrscheinlichkeit für höchstens drei zerbrochene Schläger ist höher als die Wahrscheinlichkeit für genau sechs zerbrochene Schläger.

(2 Punkte)

Aussage 2: Die Wahrscheinlichkeit, dass sieben oder acht Schläger zerbrechen, ist größer als 0,15.

(2 Punkte)

Aussage 3: Die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens vier oder mindestens sechs Schläger zerbrechen, ist kleiner als 0,8.

(2 Punkte)

Aussage 1: $P(X=6) \approx 0{,}162$

$P(X \leq 3)$

$= P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$

$= 0{,}004 + 0{,}022 + 0{,}071 + 0{,}135$

$= 0{,}232$

$P(X \leq 3) > P(X=6)$ ✓

Aussage 2: $P(X=7) + P(X=8)$

$= 0{,}11 + 0{,}063 = 0{,}173$

$0{,}173 > 0{,}15$ ✓

Aussage 3: $P(X \leq 4) + P(X \geq 6) = 1 - P(X=5)$

$= 1 - 0{,}195 = 0{,}805 > 0{,}8$ ↯

Aufgabenstellung

Beschreibung der Ausgangssituation zu Aufgabenteil A

Die Mandelrath GmbH produziert ein umfangreiches Sortiment an Feingebäck.

Aufgabe 1 (24 Punkte)

1.1 Analysis

Die Mandelrath GmbH plant die neue Plätzchenkreation *Schokozart* auf den Markt zu bringen. Erwartungsgemäß lässt sich der Gewinn der Produktion von *Schokozart* durch die Gewinnfunktion

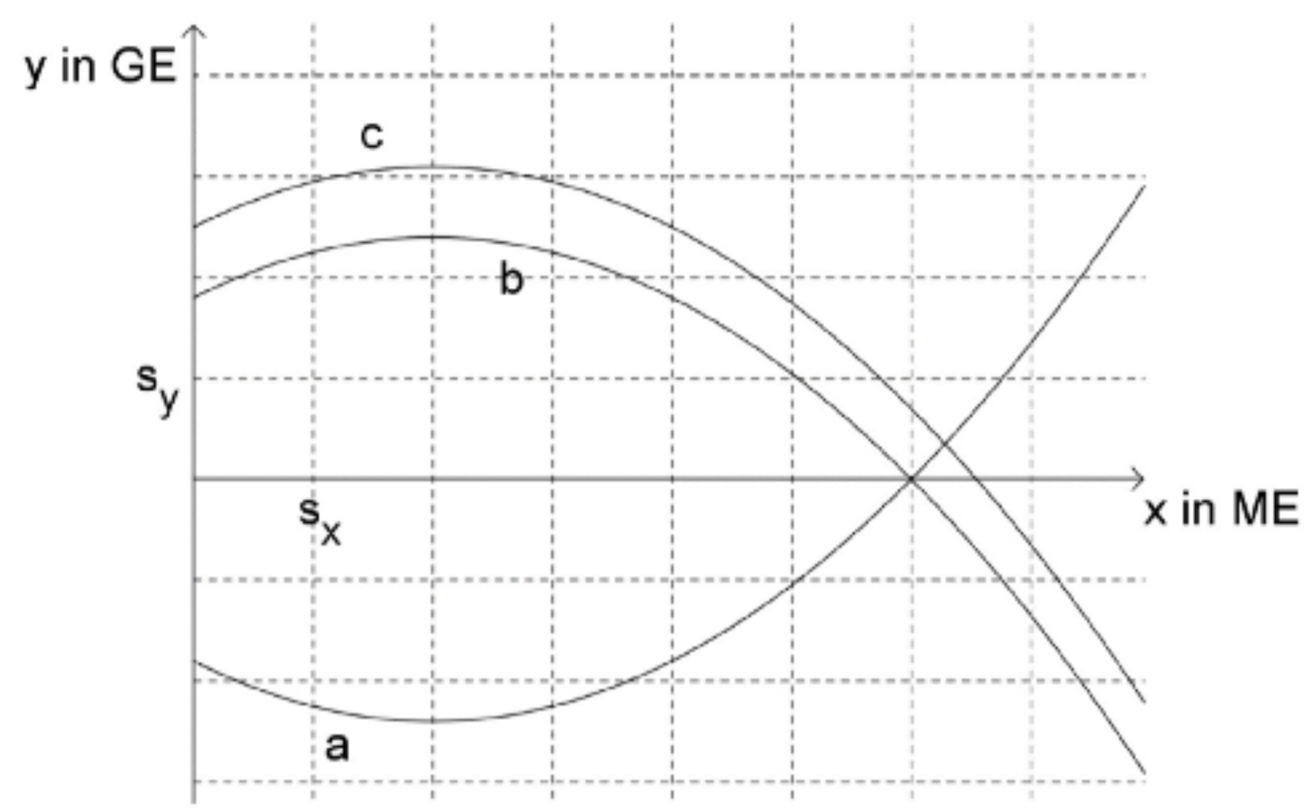
$$G(x) = -x^3 + 6x^2 + 36x - 120 \;\text{ mit }\; x \in \mathbb{R},\; x \geq 0$$

beschreiben, wobei die Produktionsmenge x in ME (Mengeneinheiten) und der Gewinn $G(x)$ in GE (Geldeinheiten) angegeben werden.

1.1.1 Bestätigen Sie, dass die gewinnmaximale Ausbringungsmenge bei 6 ME liegt.

(2 Punkte)

1.1.2 Entscheiden Sie begründet, welcher der dargestellten Graphen zur Grenzgewinnfunktion G' gehört, und geben Sie die fehlenden Achsenskalierungswerte s_x und s_y an. Die Skalierungen sollen ganzzahlig sein.



1.3 Lineare Algebra

Zwei im Lager der Mandelrath GmbH verbliebene Rohstoffe R_1 und R_2 sollen zu zwei verschiedenen Keksfüllungen K_1 und K_2 verarbeitet werden. Die Rezeptur wird durch die Matrix

$$C_{RK} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & r \end{pmatrix} \text{ mit } r \in \mathbb{R},\ r \geq 0$$

beschrieben, wobei mit r eine Variation der Rezeptur modelliert wird.

1.3.1 Es sollen 10 ME von K_1 und 20 ME von K_2 hergestellt werden. Berechnen Sie r so, dass 100 ME von R_2 verbraucht werden.

(2 Punkte)

1.3.2 Weisen Sie nach, dass für $r \neq 8$ gilt:

$$C_{RK}^{-1} = \frac{1}{r-8} \cdot \begin{pmatrix} r & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$$

(4 Punkte)

$$C_{RK} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & r \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \cdot 10 + 2 \cdot 20 \\ 4 \cdot 10 + r \cdot 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 \\ 100 \end{pmatrix}$$

$$4 \cdot 10 + r \cdot 20 = 100 \iff \underline{\underline{r = 3}}$$

$$\hookrightarrow \left| \begin{array}{cc:cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & r & 0 & 1 \end{array} \right|$$

1.4 Stochastik

Bei durchschnittlich 5 % der Gebäckverpackungen ist die Plastikfolie schwer zu öffnen (A) und bei durchschnittlich 4 % der Gebäckverpackungen ist das Verfallsdatum unleserlich (B).
Bei durchschnittlich 93 % der Gebäckverpackungen tritt keiner der beiden Fehler auf.

1.4.1 Erklären Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten im Sachzusammenhang.

I. $P_A(B)$

II. $P(A \cap \bar{B})$

(2 Punkte)

1.4.2 Erstellen Sie für die gegebene Situation eine Vierfeldertafel und überprüfen Sie die beiden Fehler auf stochastische Unabhängigkeit.

(4 Punkte)

	A	$\bar{A}$	
B	0,02	0,02	0,04
$\bar{B}$	0,03	0,93	0,96
	0,05	0,95	1

$$\left.\begin{array}{l} P(A\cap B) = 0.02 \neq P(A)\cdot P(B) \\ P(A)\cdot P(B) = 0.05\cdot 0.04 = 0.002 \end{array}\right\} \text{sto abhängig}$$

$P_A(B) = P(B|A)$ Die W., dass bei einer Verpackung das Verfallsdatum unleserlich ist, nachdem bereits sicher die Plastikfolie schwer zu öffnen ist. (bedingte W.)

$P(A \cap \bar{B})$ Die W., dass bei einer zufällig ausgewählten Verpackung die Folie schwer zu öffnen ist (A) und das Verfallsdatum leserlich ist. $(\bar{B})$

Das Unternehmen SelfCar GmbH entwickelt und produziert unter anderem Akkus und Computerchips für Elektro-Autos.

Aufgabe 1 (24 Punkte)

1.1 Analysis

1.1.1 Die SelfCar GmbH besitzt bezüglich des Modells Akku1000 aufgrund seiner hohen Laufzeit eine monopolistische Stellung.

Die Controllingabteilung rechnet mit der folgenden ertragsgesetzlichen Kostenfunktion K mit

$$K(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 22x + 4$$

und mit der Grenzgewinnfunktion G' mit

$$G'(x) = -x^2 + 2x + 8.$$

Die Menge x ist in ME (Mengeneinheiten), $K(x)$ in GE (Geldeinheiten) und $G'(x)$ in GE/ME angegeben.

Berechnen Sie den maximalen Erlös.

(6 Punkte)

1.2 Analysis

Gegeben sind die drei Geraden g_1, g_2 und g_3 mit

$$g_1(x) = 10x + c_1$$

$$g_2(x) = 8x + c_2$$

$$g_3(x) = 6x + c_3.$$

Eine der Geraden ist die Wendetangente der Kostenfunktion K aus (1.1.1), eine andere der Geraden ist die Tangente von K an der Stelle x_{BM} (Betriebsminimum).

1.2.1 Entscheiden Sie für die beiden Tangenten auf Grundlage geeigneter Berechnungen, welche der angegebenen Geradengleichungen dazugehört.

(6 Punkte)

Das Qualitätsmanagement geht von einer Defektwahrscheinlichkeit von $p = 0{,}25$ aus und hat für die binomialverteilte Zufallsgröße X, die die Anzahl der defekten Chips in einer Stichprobe von 40 Stück angibt, folgendes Histogramm erstellt:

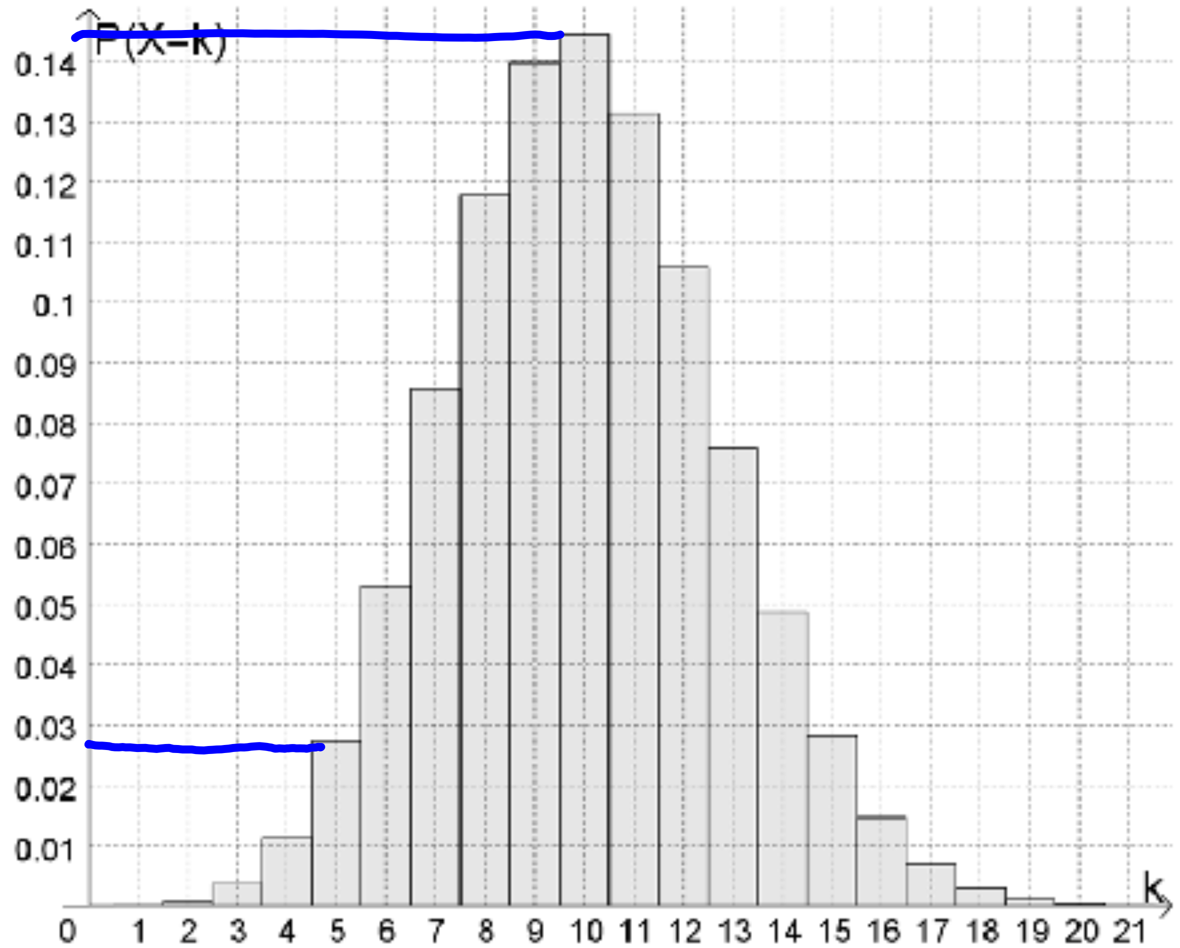


Abbildung 1

1.4.1 Beurteilen Sie mit Hilfe des Histogramms folgende Behauptungen:

B1: Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Produktion von 40 Chips genau 5 defekt sind, ist halb so groß wie die Wahrscheinlichkeit, dass genau 10 defekt sind.

B2: Die Wahrscheinlichkeit, dass kein einziger Chip defekt ist, ist Null. Dieses Ereignis kann also gar nicht eintreten.

B3: Durch einen Hypothesentest soll bei einem Signifikanzniveau von 3 % gezeigt werden, dass die Defektwahrscheinlichkeit niedriger ist als der angenommene Wert $p = 0{,}25$.
Wenn sich in der Stichprobe höchstens 4 defekte Chips befinden, ist dieser Nachweis gelungen.

(6 Punkte)

1) $P(X=5) = 0{,}028$

$P(X=10) = 0{,}144$ ↯

Die W. ist deutlich geringer als halb so groß.

2) Für alle Ereignisse (außer dem unmöglichen Ereignis) gilt, dass die W. positiv ist, also größer 0. Die W. ist zwar sehr klein, aber nicht 0.

Horner-Schema

↳ zum Berechnen von Funktionswerten (y-Werten) (insbesondere der 0 (≙ Nullstelle))

↳ wenn Nullstelle gefunden, dann ist Zerlegung möglich

↳ mit Zerlegung Satz vom Nullprodukt anwendbar

Ökon. Anwendung: Gewinnzone für G(x) dritten Grades

Bsp: $G(x) = -0{,}05x^3 + 2{,}75x^2 + 90x - 2500$ Gewinnschwelle $x \in [19;21]$

$G(x) = 0 \Leftrightarrow -0{,}05x^3 + 2{,}75x^2 + 90x - 2500 = 0$

	-0,05	+2,75	+90	-2500	
x = 19	-0,05	+1,80	+124,2	-140,2	= G(19)
x = 20	-0,05	+1,75	+125	0	= G(20)

$(x - 20) \cdot (-0{,}05x^2 + 1{,}75x + 125) = 0$

$x - 20 = 0 \quad \vee \quad -0{,}05x^2 + 1{,}75x + 125 = 0$

$\underline{x = 20}$

pq - Formel