	Mathe-LK WGY13 Schuljahr 21/22 **Inhalte Vorklausur und weitere Übungen**	Datum: 21. Februar 2022

<u>Übersicht über die Inhalte im Zentralabitur 2022, die als „fokussiert“ gekennzeichnet sind</u>

<u>Inhalte der Vorklausur sind fett gedruckt!</u>

<u>Analysis</u>

1) Ganzrationale Funktionen
   - **a. Aufstellung von Funktionsgleichungen aus vorgegebenen Bedingungen, auch durch Regression mithilfe des GTR/CAS**
   - **b. Extrem- und Wendepunkte (auch OHIMI)**

2) Exponentialfunktionen
   - **a. Aufstellung von Funktionsgleichungen vom Typ $f(x) = a \cdot b^x$ aus vorgegebenen Bedingungen, auch durch Regression mithilfe des GTR/CAS**
   - **b. Funktionen vom Typ $f(x) = p(x) \cdot e^{q(x)}$ mit p, q ganzrationale Funktionen (auch OHIMI)**
   - **c. Extrem- und Wendepunkte**

3) Ökonomische Anwendungen
   - **a. Modell der vollständigen Konkurrenz insbesondere ertragsgesetzliche Kostenfunktion**
   - b. Modell Angebotsmonopol
   - **c. Absatzentwicklung/Umsatzentwicklung**

<u>Lineare Algebra / Analytische Geometrie</u>

1) **Matrizen** / Lineare Gleichungssysteme
   - **a. stochastische Matrizen**
   - **b. Matrizenverknüpfungen und Matrizengleichungen**
   - **c. Inverse Matrizen**
   - **d. LGS und Kriterien für deren Lösbarkeit / Rang einer Matrix**

2) Weitere ökonomische Anwendungen
   - **a. Logistische Zusammenhänge, Kundenwanderung, Mobilität, etc.**
   - **b. innerbetriebliche Verflechtungen, mehrstufige Produktionsprozesse**

<u>Stochastik</u>

1) Bedingte Wahrscheinlichkeit und stochastische Unabhängigkeit

2) Binomialverteilung
   - **a. Bernoulli-Versuch**
   - **b. Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung**
   - **c. Summenfunktion der Binomialverteilung**

3) Ökonomische Anwendungen
   - **a. Kostenabwägungen, Qualitätsprüfungen. Prüfen von Produktionsprozessen**

Berufskolleg Castrop-Rauxel BKCR	**Mathe-LK WGY13 Schuljahr 21/22** **Inhalte Vorklausur und weitere Übungen**	Datum: 21. Februar 2022

Weitere Übungen

Teil A (ohne Hilfsmittel) - Analysis

Aufgabe 1:

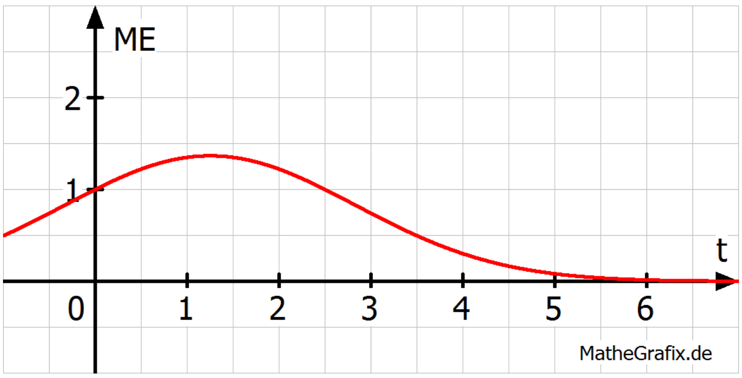
In der Controlling-Abteilung der JoRo GmbH für das Fahrrad-Modell "City-Bike" wird für die Produktion von folgender Kostenfunktion ausgegangen: $K(x) = 0{,}02 \cdot x^3 - 0{,}6 \cdot x^2 + 16 \cdot x + 200$ für $x \in [0;50]$. Ein Fahrrad wird für 29 GE/ME verkauft.

a) Bestimmen Sie den Wendepunkt der Kostenfunktion und erläutern Sie die Bedeutung im Sachzusammenhang.
b) Bestimmen Sie die Gewinnfunktion.
c) Bestimmen Sie die kurzfristige Preisuntergrenze.

Aufgabe 2:

Die Absatzzahlen des Modells „City-Bike" sollen anhand der Funktion $A_b(t) = e^{-0{,}2 \cdot t^2 + b \cdot t}$ beschrieben werden. (Die Variable t gibt die Zeit in Monaten an und $A_b(t)$ den Absatz im Monat t in ME.) Der Parameter b hängt von der Höhe des Werbebudgets ab und ist positiv. Der Beginn des Absatzes wird mit t=0 bezeichnet.

a) Ermitteln Sie die Monate in Abhängigkeit von b, in denen der Absatz genau 1 ME beträgt.
b) Sie sehen den Graphen für b = 0,5. Entscheiden Sie für folgende Aussagen, ob Sie zutreffen oder nicht und begründen Sie Ihre Antwort.



A: Zu Beginn des Absatzes wird 1 ME abgesetzt.
B: Der maximale Absatz beträgt weniger als 1,5 ME.
C: Der stärkste Absatzrückgang ist nach 1,5 Monaten zu erwarten.
D: Langfristig geht der Absatz pro Monat auf 0 ME zurück.
E: Im 1. Monat steigen die Absatzzahlen.

Teil A (ohne Hilfsmittel) - Stochastik

Aufgabe 3:
Bei der Produktion von Powerbanks treten zwei Fehler unabhängig voneinander auf. Zum einen kann der Akku defekt sein (Fehler A) und zum anderen die Schnittstelle zum Kabel (Fehler K). Fehler A tritt mit einer Wahrscheinlichkeit von 10% auf und Fehler K mit einer Wahrscheinlichkeit von 5%.

a) Stellen Sie den Sachverhalt in einem vollständigen Baumdiagramm dar.
b) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine Powerbank nicht fehlerfrei ist.
c) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Powerbank genau einen Fehler hat.
d) Berechnen Sie auf welchen Wert die Wahrscheinlichkeit für Fehler A sinken müsste, damit eine Powerbank mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90% fehlerfrei ist.

Teil A (ohne Hilfsmittel) – Lineare Algebra

Aufgabe 4:
In einem zweistufigen Produktionsprozess werden aus zwei Rohstoffen R_1 und R_2 drei Zwischenprodukte Z_1 bis Z_3 hergestellt. Diese wiederum werden zu zwei Endprodukten E_1 und E_2 zusammengebaut. Die Matrizen A_{RZ}, B_{ZE} und C_{RE} geben den Materialfluss an.

$$A_{RZ}=\begin{pmatrix}1 & 3 & \_\\ 2 & 4 & 1\end{pmatrix}, B_{ZE}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ \_ & 3\\ 0 & 1\end{pmatrix}, C_{RE}=\begin{pmatrix}14 & 15\\ 20 & \_\end{pmatrix}$$

a) Ermitteln Sie die fehlenden Werte in den Matrizen.
b) Stellen Sie den Materialfluss in einem Verflechtungsdiagramm dar.

Teil B (mit CAS) – Lineare Algebra

Aufgabe 5:
Ermitteln Sie, für welche Parameter a die Matrix A nicht invertierbar ist.

$$A=\begin{pmatrix}2 & 5 & a\\ 1 & 1 & 1\\ 4 & 3 & 0\end{pmatrix}$$

Aufgabe 6:
Die Firma Lago stellt Bausteine aus Kunststoff als Spielzeug her. Sie produziert aus den Rohstoffen R1 bis R3 kleine Bausteine (K), große Bausteine (G) und Platten (P). Die Bausteine und Platten werden in den verschiedenen Sortierungen B1 bis B3 auf den Markt gebracht. Den Materialfluss geben die folgenden Tabellen wieder.

	K	G	B		B1	B2	B3
R1	1	3	5	K	5	10	y
R2	x	1	3	G	5	15	0
R3	2	z	6	B	1	u	2

a) Die Matrix C_{RB}, die den Verbrauch der Rohstoffe je Endprodukt (Sortierung) angibt, hat folgende Gestalt.

$$A_{RE} = \begin{pmatrix} 25 & 70 & 18 \\ 18 & 44 & 22 \\ 31 & 83 & 28 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die Unbekannten x, y, z und u. [Zur Kontrolle: u=3; x=2; y=8 und z=3]

b) In einem Produktionszeitraum beträgt der Lagerbestand an Rohstoffen von R1 3.400 ME, von R2 2.230 ME und von R3 3.800 ME. Von B1 sollen 20 Stück, von B2 35 Stück und von B3 15 Stück hergestellt werden. Ermitteln Sie den Bedarf an Rohstoffen für diese Produktion und überprüfen Sie, ob noch Restbestände im Lager verbleiben oder zusätzlicher Bedarf eingekauft werden muss.

d) Die Geschäftsleitung hat nach einer Marktanalyse festgelegt, dass für B1 die variablen Kosten 1,71 €, für B2 4,45 € und für B3 1,64 € nicht überschreiten dürfen.

Die Rohstoffkosten betragen 1 Cent pro ME für R1, 2 Cent pro ME für R2 und 2 Cent pro ME für R3. Die Kosten für die Zusammenstellung der Sortierungen belaufen sich auf 5 Cent für B1, 7 Cent für B2 und 6 Cent für B3.
Berechnen Sie, wie hoch die Kosten für die Fertigung der kleinen und großen Steine sowie für die Platten höchstens sein dürfen, um die vorgegebenen Kosten nicht zu überschreiten.

 carsten.vooren@bkcr.info

Hinweis 1: Die variablen Kosten setzen sich zusammen aus den Rohstoffkosten (können ermittelt werden), den Sortierungskosten (bekannt) und den gesuchten Fertigungskosten. Durch die Vorgabe können die maximal möglichen Fertigungskosten $\overrightarrow{k_F} = \begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix}$ dann ermittelt werden.

Hinweis 2: Nun entsteht ein LGS, dass mit dem Gauß-Algorithmus gelöst werden kann.

Aufgabe 7

In der Zoom-Erlebniswelt gibt es drei große Welten, Asien (AS), Alaska (AL) und Afrika (AF). Um die Attraktivität der Welten zu analysieren wurden Dauerkartenbesitzer befragt, die pro Besuch nur eine Welt erkunden. Die Antworten finden sich in folgender Tabelle. Das bedeutet beispielsweise, dass 40% der Befragten nach einem „Asien-Besuch" beim nächsten Mal wieder nach „Asien" gehen und dass 60% der „Afrika-Besucher" beim nächsten Mal nach „Alaska" gehen.

	Dauerkartenbesitzer wechselt von		
	AS	AL	AF
zu AS	40%	15%	10%
zu AL	30%	50%	60%
zu AF	30%	35%	30%

a) Beim ersten Besuch gehen 25% nach Asien, 30% nach Alaska und 45% nach Afrika. Berechnen Sie die prozentuale Aufteilung dieser Besucher für den 2., 3. und 4. Besuch und untersuchen Sie die weitere Entwicklung der Verteilung. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis in Bezug auf die Attraktivität der drei Welten.

b) Untersuchen Sie, wie die prozentuale Anfangsverteilung aussähe, falls die Anzahlen der Dauerkartenbesitzer sich anfänglich im Verhältnis 2 : 2 : 5 verhalten würden.

c) Durch den Bau eines neuen Geheges soll die Asien-Welt aufgewertet werden. Die Auswertung ergibt die stationäre (stabile) Verteilung (der Fixvektor)

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 0{,}1936 \\ 0{,}3548 \\ 0{,}4516 \end{pmatrix}$$

ein. Die neue Übergangsmatrix hat jetzt die Form: $S^* = \begin{pmatrix} 0{,}4 & a & b \\ c & d & e \\ f & 0{,}6 & 0{,}4 \end{pmatrix}$

Bestimmen Sie Werte der Koeffizienten a bis f unter der zusätzlichen Annahme, dass der Anteil der Alaska-Besucher, die beim nächsten Mal wieder nach Alaska gehen bei 20% liegt.

d) Durch die Matrix S^* aus c kennen Sie die Verteilung der Dauerkartenbesitzer an einem bestimmten Tag t:

$$\vec{v}_t = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ 0{,}2 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die Bereiche, in denen die Prozentsätze v_1‘ und v_2‘ des folgenden Tages v_{t+1} liegen könnten.

Verwenden Sie $S^* = \begin{pmatrix} 0{,}4 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}5 \\ 0{,}3 & 0{,}6 & 0{,}4 \end{pmatrix}$ falls Sie in c) die Matrix S* nicht bestimmt haben.