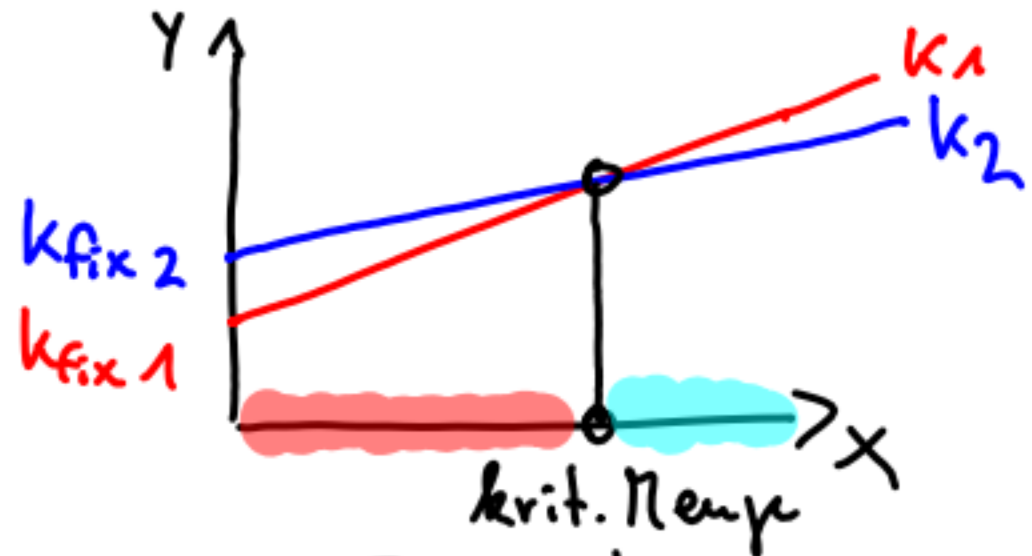
Skizze:



Allgemein gilt:

Die Alternative mit den geringeren Fixkosten ist bei einer Menge, die kleiner als die kritische Menge ist, günstiger. Bei einer Menge, die größer ist als die kritische Menge, ist die Alternative mit den geringeren variablen Stückkosten günstiger. Bei der kritischen Menge sind die Kosten bei beiden Alternativen gleich.

Beispielrechnung

$K_1(x) = 0{,}25 \cdot x + 150$ und $K_2(x) = 0{,}30 \cdot x + 100$

Berechnung des Schnittpunktes

$K_1(x) = K_2(x) \Leftrightarrow 0{,}25 \cdot x + 150 = 0{,}30 \cdot x + 100 \;|-0{,}25 \cdot x \Leftrightarrow 150 = 0{,}05 \cdot x + 100 \;|-100$

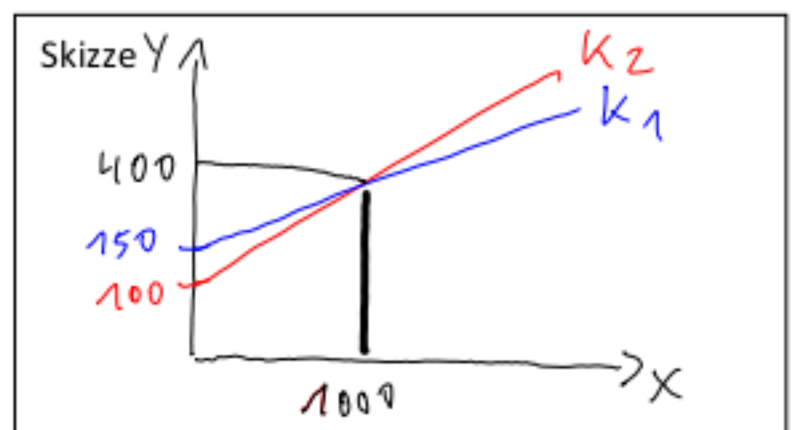
$\Leftrightarrow 50 = 0{,}05 \cdot x \;|:0{,}05 \Leftrightarrow 1\,000 = x$ Die kritische Menge liegt bei $x = 1000$

Einsetzen in $K_1(x)$ und/oder $K_2(x)$:

$K_1(1000) = 0{,}25 \cdot 1000 + 150 = 400$

$K_2(1000) = 0{,}30 \cdot 1000 + 100 = 400$

S (1000/400)



Bei einer Menge von weniger als $x = 1000$ ist die Variante der Kostenfunktion $K_2(x)$ günstiger wegen der geringeren Fixkosten. Bei einer Menge von mehr als $x = 1000$ ist die Variante der Kostenfunktion $K_1(x)$ wegen der geringeren variablen Stückkosten günstiger. Bei einer Menge von genau $x = 1000$ verursachen beide Variante gleich hohe Kosten.

Übungsaufgaben

Kontrollergebnisse

kritische Menge

1) $x = 1000$

2) $x = 2500$

3) $x \approx 6433{,}8$

Übungsaufgaben

Aufgabe 1:

Ein Unternehmen kann bei der Herstellung eines Produktes für einen bestimmten Produktionsabschnitt zwei alternative Maschinen einsetzen. Für beide Maschinen sind die Kosten linear von der produzierten Menge abhängig.

Es gelten folgende Kosten: Maschine 1: variable Stückkosten 1,50 €, fixe Kosten 1.800 €,
Maschine 2: variable Stückkosten 1,10 €, fixe Kosten 2.200 €

a) Geben Sie für beide Maschinen die linearen Kostenfunktionen $K_1(x)$ und $K_2(x)$ an.

b) Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Kostenfunktionen und geben Sie die kritische Produktionsmenge an.

c) Stellen Sie den Sachverhalt in einer Skizze dar und geben Sie an, bei welchen Produktionsmengen Maschine 1 bzw. Maschine 2 günstiger ist.

WHB11c
13.9.24

1a) $K_1(x) = 1{,}50 \cdot x + 1800$

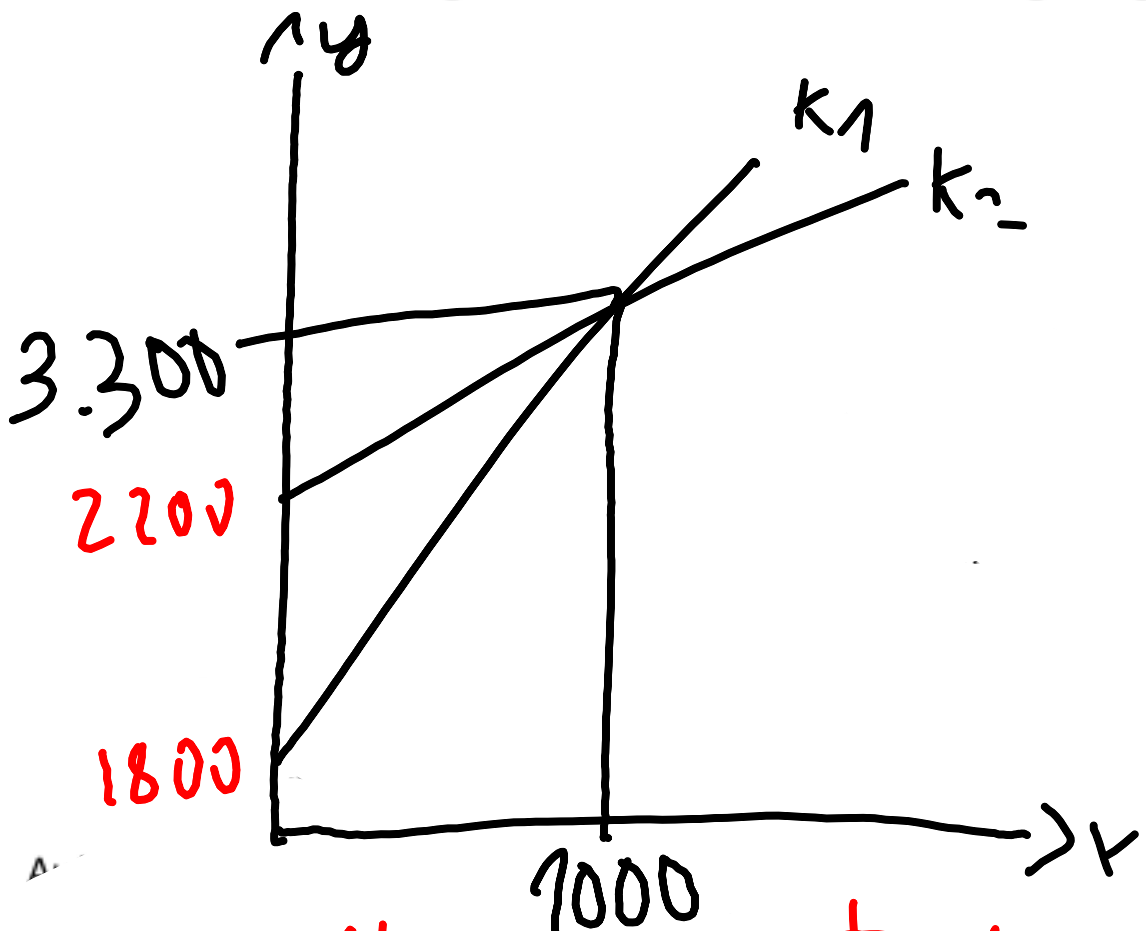
$K_2(x) = 1{,}10 \cdot x + 2200$

x: Menge des Produkts, die hergestellt wird

b) $1{,}50x + 1.800 = 1{,}10x + 2.200 \quad | -1.800 \quad | -1{,}10x$ ✓

$\Leftrightarrow 0{,}40x = 400 \quad |:0{,}4$

$\Leftrightarrow x = 1.000$ ✓



I $1{,}50 \cdot x + 1.800$ | Einsetzen

$K_1(1000) = 1{,}50 \cdot 1000 + 1.800 = 3.300$

Kritische Menge: x = 1.000

S(1000/3.300)

Produktionsmenge unter 1000 ⇒ Maschine I
" über 1000 ⇒ " II

Stellen Sie für beide Fahrzeuge die linearen Kostenfunktionen in Abhängigkeit der gefahrenen Kilometer auf.

b) Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Kostenfunktionen und geben Sie die kritische

Aufgabe 2:

Beim Einzug in eine neue Wohnung müssen Sie sich für einen Stromanbieter entscheiden. Zur Auswahl stehen die Anbieter „Stadtwerke“ und „naturstrom“

Es gelten folgende Kosten:

Stadtwerke: Preis pro kWh: 28,00 cent, Grundgebühr 120 € pro Jahr
naturstrom Preis pro kWh: 28,80 cent, Grundgebühr 100 € pro Jahr

a) Geben Sie für beide Anbieter die Kostenfunktionen $K_S(x)$ und $K_N(x)$ an. Achten Sie darauf, dass Sie die Cent-Werte in Euro umrechnen.

b) Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Kostenfunktionen und geben Sie die kritische Verbrauchsmenge an.

c) Stellen Sie den Sachverhalt in einer Skizze dar und geben Sie an, bei welchen Verbrauchsmengen die Stadtwerke bzw. naturstrom günstiger ist.

x : Stromverbrauch in kWh pro Jahr

$K_S(x) = 0{,}28 \cdot x + 120$ ✓

$K_n(x) = 0{,}288 \cdot x + 100$ ✓

$\Leftrightarrow 0{,}288 \cdot x + 100 = 0{,}28 \cdot x + 120 \quad | -0{,}28x$

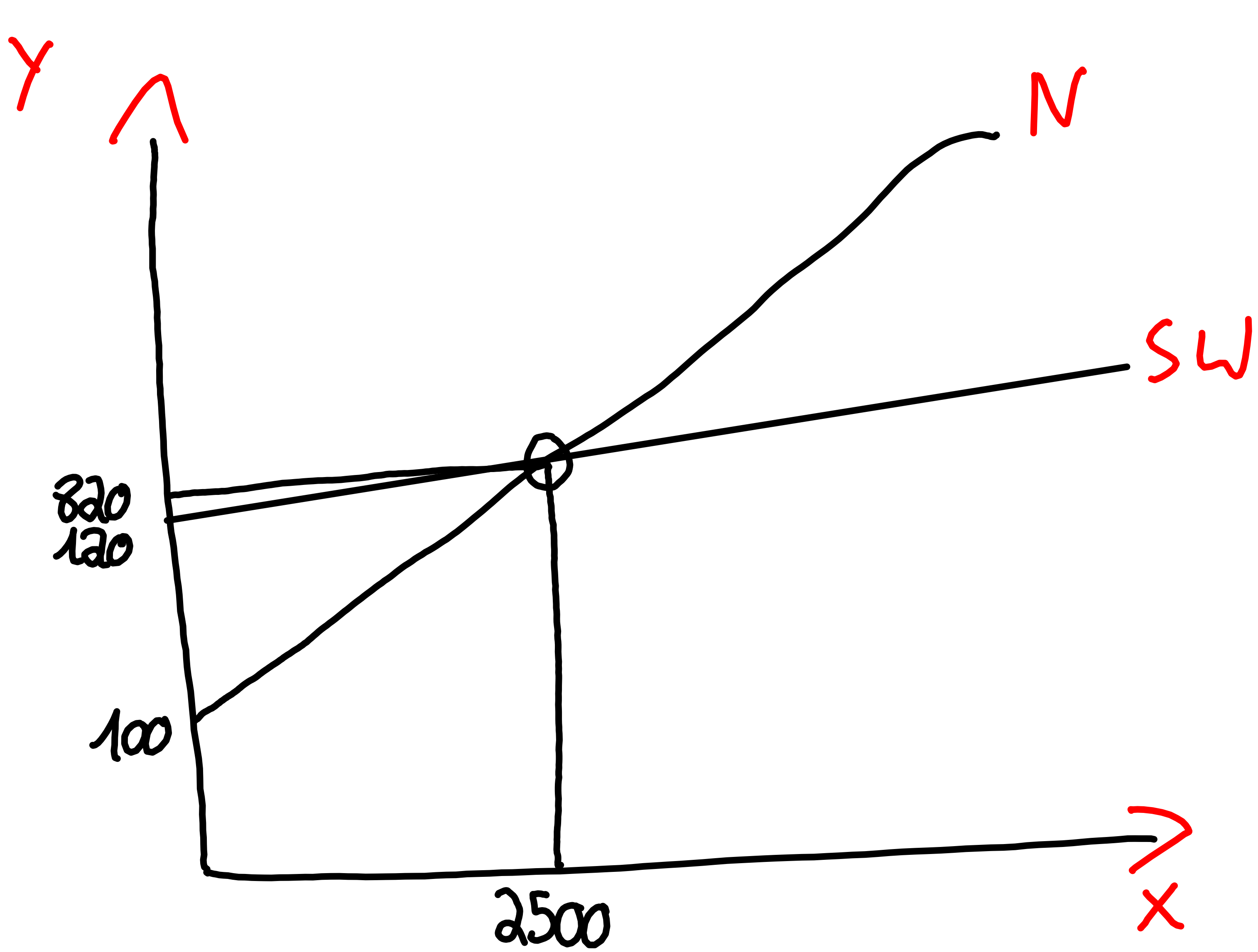
$\Leftrightarrow 0{,}008 \cdot x + 100 = 120 \quad | -100$

$\Leftrightarrow 0{,}008 \cdot x = 20 \quad | : 0{,}008$

$\Leftrightarrow x = 2500$ ✓

$\left.\begin{array}{l} K_s(2500) = 0{,}28 \cdot 2500 + 120 = 820 \\ K_n(2500) = 0{,}288 \cdot 2500 + 100 = 820 \end{array}\right\} S(2500|820)$ ✓

Kritische Verbrauchsmenge $x = 2500$ ✓



Verbrauchsmenge unter 2500 kWh / Jahr

↳ naturstrom

Verbrauchsmenge über 2000 kWh / Jahr

↳ Stadtwerke

Aufgabe 3:

Die Kosten für einen Leihwagen betragen 1,20 € je km. In den 1,20 € sind sämtliche Kosten enthalten, also Benzin, Versicherung, Steuer etc... Ein entsprechendes eigenes Auto würde jährlich 7.000 € fixer Kosten (Steuern, Abschreibung, Wartung etc...) und einem Benzinverbrauch von 7 Litern pro 100 km verursachen. Ein Liter Benzin kostet im Schnitt 1,60 €.

a) Stellen Sie für beide Fahrzeuge die linearen Kostenfunktionen in Abhängigkeit der gefahrenen Kilometer auf.

b) Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Kostenfunktionen und geben Sie die kritische Menge an.

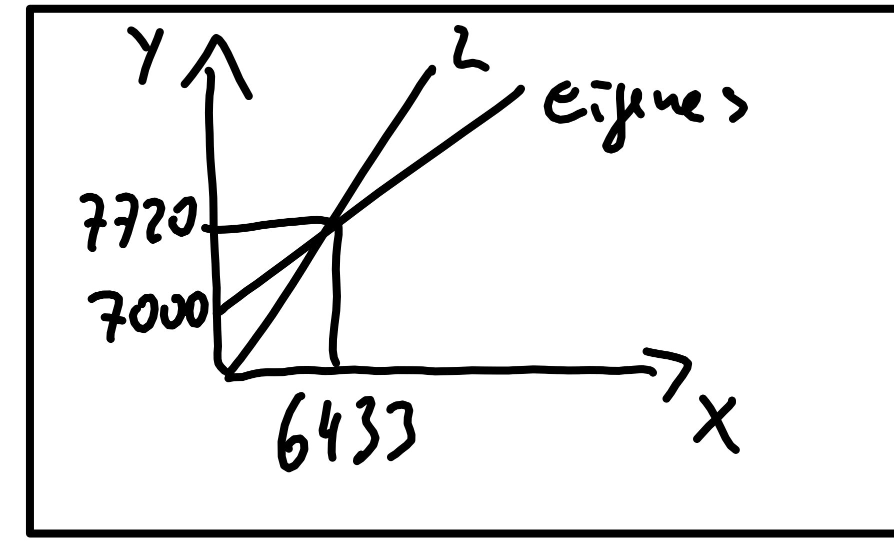
c) Stellen Sie den Sachverhalt in einer Skizze dar und geben Sie an, bei welchen km-Zahlen pro Jahr ein Leihwagen bzw. ein eigenes Auto günstiger ist.

$7\,l \cdot 1{,}60\,€/l = 11{,}20\,€$

$\downarrow$

Kosten für 100 km

$\frac{11{,}20\,€}{100\,km} = 0{,}112\,€/km$



a) $K_1(x) = 1{,}20 \cdot x$ Leihwagen

x : gefahrene km pro Jahr

$K_2(x) = 0{,}112 \cdot x + 7000$ eigenes Auto

b) $K_1(x) = K_2(x) \Leftrightarrow 1{,}20 \cdot x = 0{,}112 \cdot x + 7000 \quad | -0{,}112 \cdot x$

$\Leftrightarrow 1{,}088 \cdot x = 7000 \quad | : 1{,}088$

$\Leftrightarrow x = 6433{,}82$

$S(6433{,}82 / 7720{,}58)$

$K_1(6433{,}82) = 1{,}20 \cdot 6433{,}82 = 7720{,}58$

krit. Menge: 6433,82 km / Jahr

c) Ab der krit. Menge ist das eigene Auto günstiger!

Aufstellen linearer Funktionen

Aufgabe: Buch S. 145, Nr. 6

Tipp dazu: S. 131

gesucht: $K(x) = k_v \cdot x + K_{fix}$

Ökonomisch: Produktionsmenge 5000 7500

Gesamtkosten 270 000 300 000

Kostensteigerung von $30\,000 = 300\,000 - 270\,000$ bei

Produktionsmengenerhöhung von $2500 = 7500 - 5000$

Variable Stückkosten $k_v = \frac{\text{Kostensteigerung}}{\text{Mengensteigerung}} = \frac{30\,000}{2500} = \frac{300\,000 - 270\,000}{7500 - 5000} = \underline{\underline{12}}$

Gesamtkosten für 5000 Stück betragen 270000 €, davon $12 \cdot 5000 = 60000$ €
variable Kosten

$\Rightarrow$ Fixkosten = Gesamtkosten − var. Kosten

$= 270000 € - 60000 € = \underline{\underline{210000 €}}$

Gesamtkosten für 7500 Stück betragen 300000 €, davon $12 \cdot 7500 = 90000$ €
variable Kosten

$\Rightarrow$ Fixkosten = 300000 € − 90000 €

$= \underline{\underline{210000 €}}$

$$K(x) = 12 \cdot x + 210\,000$$

Übung:

Produktionsmenge	400	1000	$K(x)$?
Gesamtkosten	7000	9400	