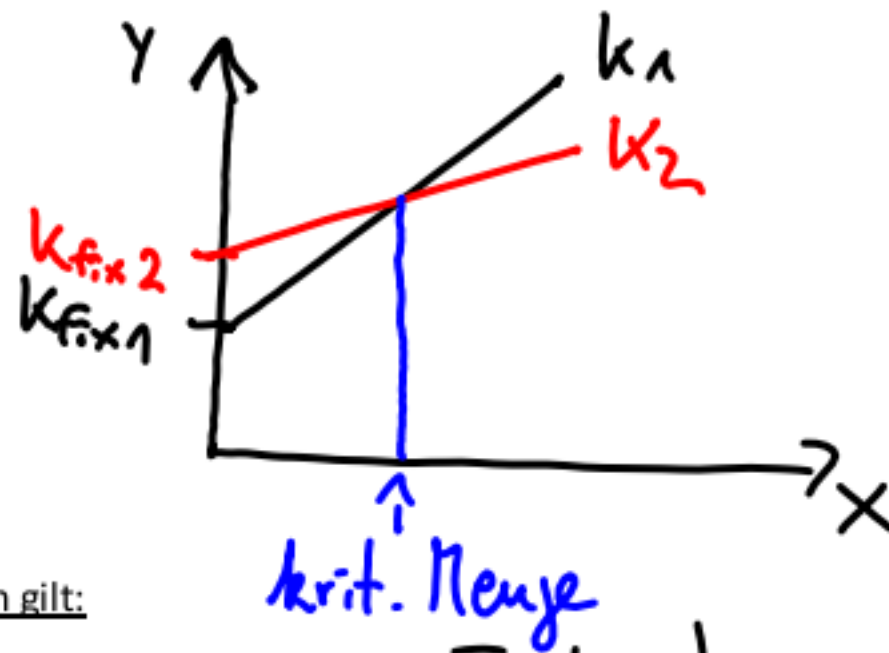


Den x-Wert des Schnittpunktes zweier linearer Kostenfunktionen nennt man kritische Menge.

Skizze:



Allgemein gilt:

Die Alternative mit den geringeren Fixkosten ist bei einer Menge, die kleiner als die kritische Menge ist, günstiger. Bei einer Menge, die größer ist als die kritische Menge, ist die Alternative mit den geringeren variablen Stückkosten günstiger. Bei der kritischen Menge sind die Kosten bei beiden Alternativen gleich.

Beispielrechnung

$$K_1(x) = 0,25 \cdot x + 150 \text{ und } K_2(x) = 0,30 \cdot x + 100$$

Berechnung des Schnittpunktes

$$K_1(x) = K_2(x) \Leftrightarrow 0,25 \cdot x + 150 = 0,30 \cdot x + 100 \quad | -0,25 \cdot x \Leftrightarrow 150 = 0,05 \cdot x + 100 \quad | -100$$

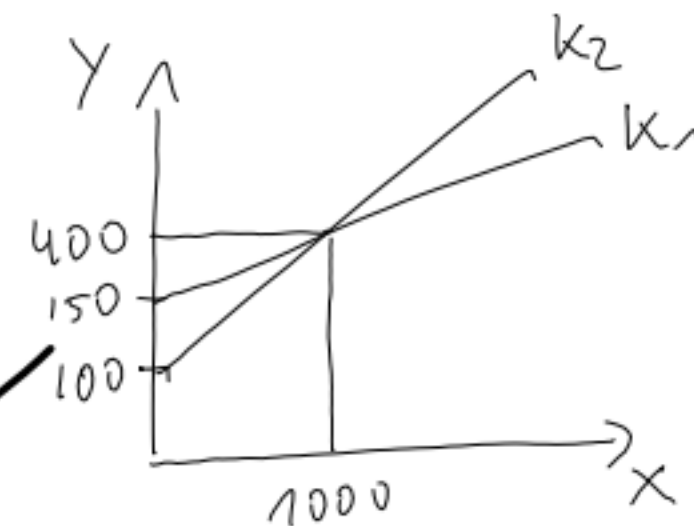
$$\Leftrightarrow 50 = 0,05 \cdot x \quad | :0,05 \Leftrightarrow 1000 = x \quad \text{Die kritische Menge liegt bei } x = 1000$$

Einsetzen in $K_1(x)$ und/oder $K_2(x)$:

$$K_1(1000) = 0,25 \cdot 1000 + 150 = 400$$

$$K_2(1000) = 0,30 \cdot 1000 + 100 = 400$$

S (1000/400)



Bei einer Menge von weniger als $x = 1000$ ist die Variante der Kostenfunktion $K_2(x)$ günstiger wegen der geringeren Fixkosten. Bei einer Menge von mehr als $x = 1000$ ist die Variante der Kostenfunktion $K_1(x)$ wegen der geringeren variablen Stückkosten günstiger. Bei einer

Übungsaufgaben

WU BAd, 16.09.21

Aufgabe 1:

Ein Unternehmen kann bei der Herstellung eines Produktes für einen bestimmten Produktionsabschnitt zwei alternative Maschinen einsetzen. Für beide Maschinen sind die Kosten linear von der produzierten Menge abhängig.

Es gelten folgende Kosten: Maschine 1: variable Stückkosten 1,50 €, fixe Kosten 1.800 €,
Maschine 2: variable Stückkosten 1,10 €, fixe Kosten 2.200 €

- Geben Sie für beide Maschinen die linearen Kostenfunktionen $K_1(x)$ und $K_2(x)$ an.
- Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Kostenfunktionen und geben Sie die kritische Produktionsmenge an.
- Stellen Sie den Sachverhalt in einer Skizze dar und geben Sie an, bei welchen Produktionsmengen Maschine 1 bzw. Maschine 2 günstiger ist.

$$\begin{aligned}
 \text{b) } K_1(x) &= K_2(x) \Leftrightarrow 1,50 \cdot x + 1800 = 1,10 \cdot x + 2200 && | -1,10 \cdot x \\
 &\Leftrightarrow 0,40 \cdot x + 1800 = 2200 && | -1800 \\
 &\Leftrightarrow 0,40 \cdot x = 400 && | :0,40 \\
 &\Leftrightarrow x = 1000
 \end{aligned}$$

$$K_1(1000) = 1,50 \cdot 1000 + 1800 = 3300$$

$$K_2(1000) = 1,10 \cdot 1000 + 2200 = 3300$$

$$\rightarrow S(1000 / 3300)$$

kritische Menge $x = 1000$

$$\text{a) allgemein } K(x) = k_v \cdot x + K_{\text{fix}}$$

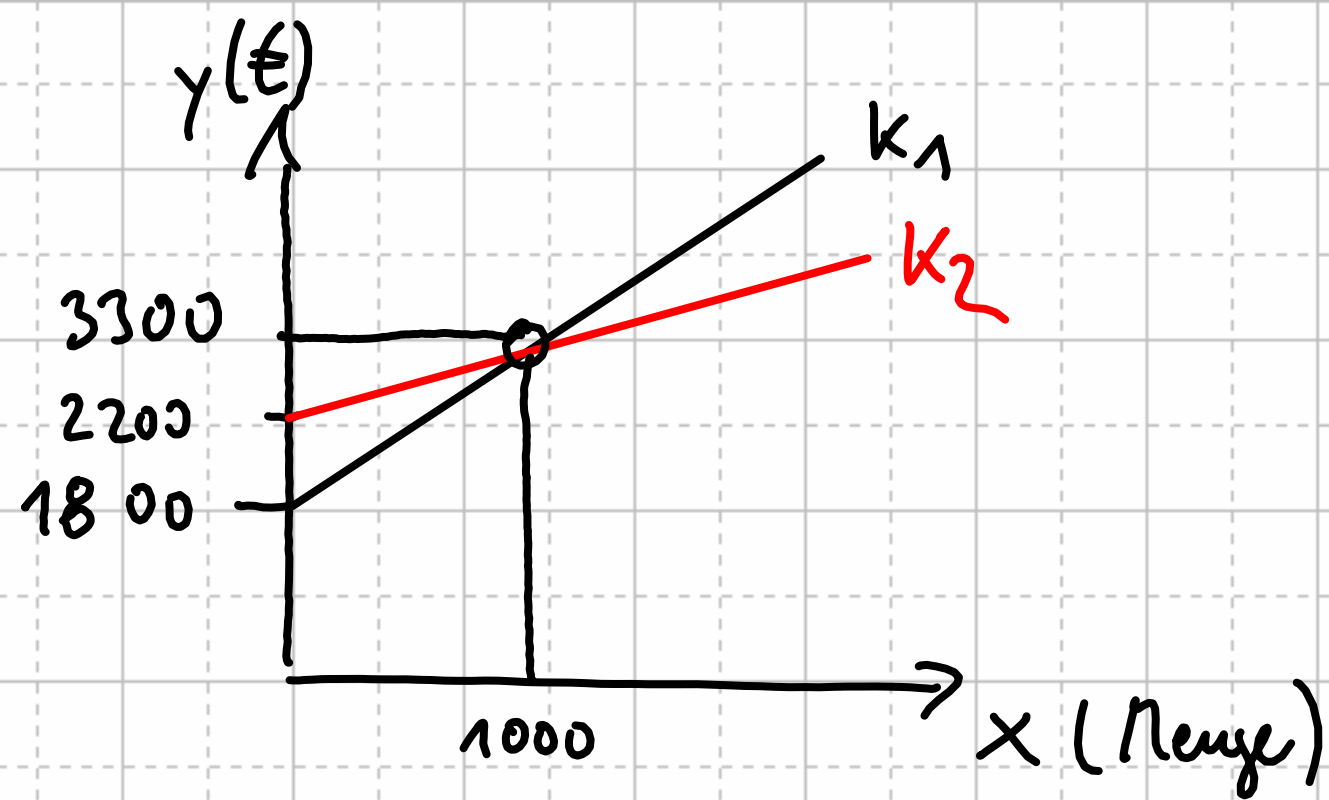
$$K_1(x) = 1,50 \cdot x + 1800$$

$$K_2(x) = 1,10 \cdot x + 2200$$

Bedeutung von x : hergestellte Menge
des Produktes

- Stellen Sie für beide Fahrzeuge die linearen Kostenfunktionen in Abhängigkeit der gefahrenen Kilometer auf.
- Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Kostenfunktionen und geben Sie die kritische

c)



Bei Produktionsmengen unter 1000 Stück ist Maschine 1 günstiger.
Bei Produktionsmengen über 1000 Stück ist Maschine 2 günstiger.

Aufgabe 2:

Beim Einzug in eine neue Wohnung müssen Sie sich für einen Stromanbieter entscheiden. Zur Auswahl stehen die Anbieter „Stadtwerke“ und „naturstrom“

Es gelten folgende Kosten:

Stadtwerke: Preis pro kWh: 28,00 cent, Grundgebühr 120 € pro Jahr

naturstrom: Preis pro kWh: 28,80 cent, Grundgebühr 100 € pro Jahr

- Geben Sie für beide Anbieter die Kostenfunktionen $K_S(x)$ und $K_N(x)$ an. Achten Sie darauf, dass Sie die Cent-Werte in Euro umrechnen.
- Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Kostenfunktionen und geben Sie die kritische Verbrauchsmenge an.
- Stellen Sie den Sachverhalt in einer Skizze dar und geben Sie an, bei welchen Verbrauchsmengen die Stadtwerke bzw. naturstrom günstiger ist.

$$a) \quad K_S(x) = 0,28 \cdot x + 120$$

$$K_N(x) = 0,288 \cdot x + 100$$

x : Verbrauchsmenge Strom
in kWh pro Jahr

Achtung: Umrechnung von cent in €
(durch 100 teilen)

$$b) \quad K_S(x) = K_N(x) \Leftrightarrow 0,28 \cdot x + 120 = 0,288 \cdot x + 100 \quad | - 0,28x \quad | - 100$$

$$\Leftrightarrow 20 = 0,008 \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 2500 = x$$

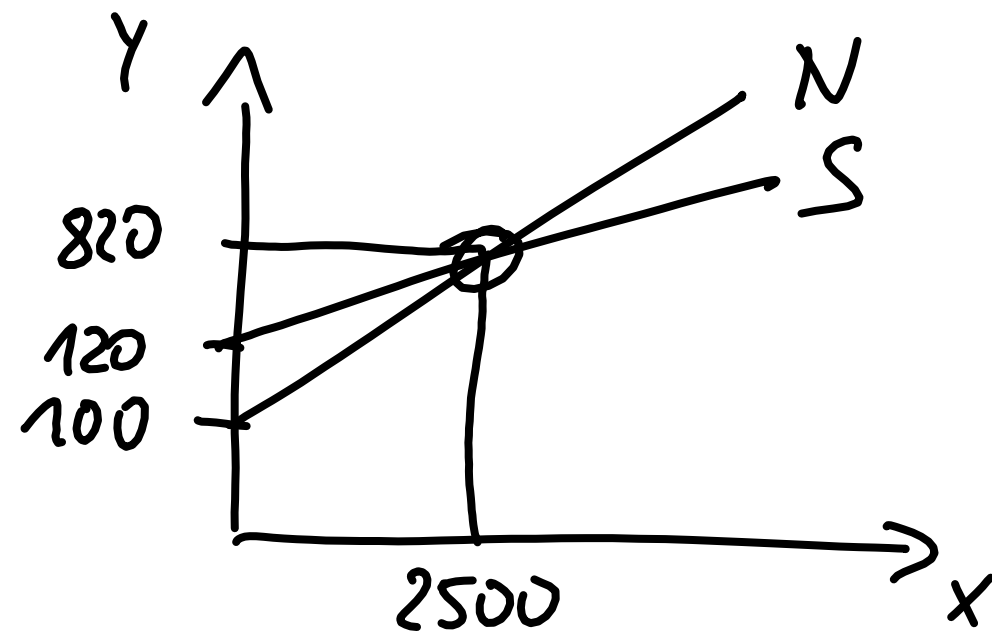
$$K_S(2500) = 0,28 \cdot 2500 + 120 = 820$$

$$K_N(2500) = 0,288 \cdot 2500 + 100 = 820$$

$$\rightarrow S(2500 / 820)$$

kritische Menge: $x = 2500$

c)



Bei einem Stromverbrauch von weniger als 2500 kWh pro Jahr ist Naturstrom günstiger.

Bei einem Stromverbrauch von mehr als 2500 kWh pro Jahr sind die Stadtwerke günstiger.