

Die Binomischen Formeln

$$1) \quad \underline{(a+b)^2} = (a+b) \cdot (a+b) = a^2 + ab + \underbrace{ba}_{=ab} + b^2 = \underline{a^2 + 2ab + b^2}$$

$$2) \quad \underline{(a-b)^2} = (a-b) \cdot (a-b) = a^2 - ab - \underbrace{ba}_{=ab} + b^2 = \underline{a^2 - 2ab + b^2}$$

$$3) \quad \underline{(a+b) \cdot (a-b)} = a^2 - ab + \underbrace{ba}_{=ab} - b^2 = \underline{a^2 - b^2}$$

Bsp:

$$\begin{aligned} (x+3)^2 &= x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9 \\ (y-7)^2 &= y^2 - 2 \cdot y \cdot 7 + 7^2 = y^2 - 14y + 49 \\ (6-z)^2 &= 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot z + z^2 = 36 - 12z + z^2 \end{aligned}$$

Aufgabe 1: Rechnen Sie aus!

- | | | |
|------------------------|------------------------|----------------------------|
| a) $(a+2)^2$ | b) $(6-b)^2$ | c) $(x+3)^2$ |
| d) $(x-5)^2$ | e) $(3+2x)^2$ | f) $(11-x)^2$ |
| g) $(4y-3,5)^2$ | h) $(2,4-t)^2$ | i) $(15-\beta)^2$ |
| j) $(x-2) \cdot (x+2)$ | k) $(5+y) \cdot (5-y)$ | l) $(2x+3y) \cdot (2x-3y)$ |

Aufgabe 2: Ergänzen Sie!

- | | |
|------------------------------------|--|
| a) $(\quad - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$ | b) $(\quad + 1)^2 = b^2 + 2b + 1$ |
| c) $(3 + \quad)^2 = 9 + 6t + t^2$ | d) $(x - \quad)^2 = x^2 - 12x + \quad$ |
| e) $(\quad)^2 = x^2 + 16x + 64$ | f) $(\quad)^2 = y^2 - \quad + 100$ |

Aufgabe 3: Ergänzen Sie!

- | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $x^2 + 3x + \quad = (\quad)^2$ | b) $x^2 - 14x + \quad = (\quad)^2$ |
| c) $c^2 - 28c + \quad = (\quad)^2$ | d) $z^2 + \quad = (\quad + 3)^2$ |
| e) $x^2 + 5x + \quad = (\quad)^2$ | f) $x^2 - 6,5x + \quad = (\quad)^2$ |
| g) $x^2 + x + \quad = (\quad)^2$ | h) $x^2 - 4x + \quad = (\quad)^2$ |

Warum machen wir das eigentlich?

Problem Nr. 1:

Wenn wir für einen monopolistischen Anbieter ausrechnen wollen, welcher Preis bestimmt werden muss, damit der **Gewinn maximal** wird, benötigen wir dafür den **Scheitelpunkt der Gewinnparabel**, denn der x-Wert dieses Scheitelpunktes gibt an, bei welcher Absatzmenge das passiert!

Problem Nr. 2:

Wenn wir für einen monopolistischen Anbieter ausrechnen wollen, bei welchen Absatzmengen Gewinn erzielt wird (die sogenannte **Gewinnzone**), benötigen wir die Nullstellen der Gewinnparabeln, das heißt, wir müssen die Gleichung $G(x) = 0$ lösen.

Die Lösung beider Probleme hängt mit der quadratischen Ergänzung binomischer Formeln zusammen!

$$a) (a+2)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot 2 + 2^2$$

$$= a^2 + 4a + 4$$

$$b) (6-b)^2 = 6^2 - 6b - 6b + b^2$$

$$= 36 - 12b + b^2$$

$$c) (x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$$

$$= x^2 + 6x + 9$$

$$d) (x-5)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2$$

$$= x^2 - 10x + 25$$

$$e) (3+2x)^2 = 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2x + (2x)^2$$

$$= 9 + 12x + 4x^2$$

$$f) (11-x)^2 = 121 - 22x + x^2$$

$$g) (4y-3,5)^2 = (4y)^2 - 2 \cdot 4y \cdot 3,5 + 3,5^2$$

$$= 16y^2 - 28y + 12,25$$