Aufgabe 4

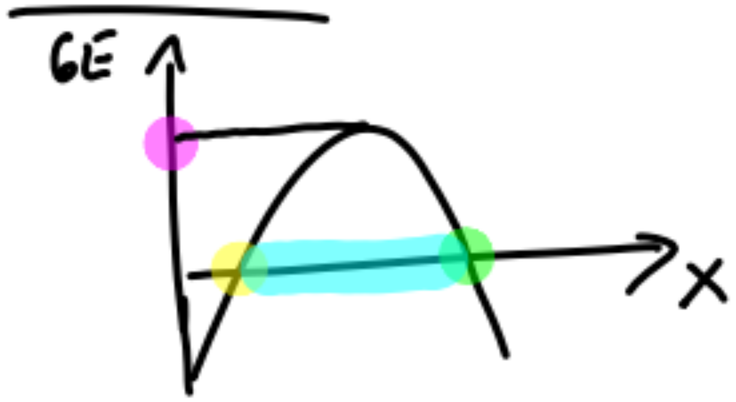
Ein monopolistischer Anbieter plant seine Produktion auf Basis der Gewinnfunktion
$G(x) = -0{,}4\,x^2 + 18{,}4\,x - 144$.

a) Bestimmen Sie die Gewinnschwelle und die Gewinngrenze, also den Bereich der Produktion, in dem der Monopolist mit Gewinn produziert (Gewinnzone).

b) Ermitteln Sie den maximalen Gewinn, der unter diesen Bedingungen für den Anbieter möglich ist.

WHB11c, 10.12.21

Skizze



a) Nullstellen von $G(x)$

↳ mit pq-Formel oder quad. Ergänzung

$$G(x) = 0 \iff -0{,}4x^2 + 18{,}4x - 144 = 0 \quad |:(-0{,}4)$$

$$\iff x^2 \boxed{-46}x \boxed{+360} = 0$$

$p = -46$ $q = 360$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$-\frac{p}{2} = -\frac{-46}{2} = 23$$

$$x = 23 \pm \sqrt{23^2 - 360}$$

$$x = 23 \pm 13$$

$x = 23 + 13 = 36$ → Gewinngrenze (größere Lösung)

$x = 23 - 13 = 10$ → Gewinnschwelle (kleinere Lösung)

Gewinnzone

$[10 ; 36]$

Antwort: Bei allen Mengen zwischen 10 ME und 36 ME macht der Monopolist Gewinn.

- ...te 173, Nr. 11
- Buch Seite 173, Nr. 12 (d nur als Skizze)
- Buch Seite 175

b) gesucht ist der y-Wert vom Scheitelpunkt

↳ Umformen von $G(x)$ in Scheitelpunktform

$$G(x) = -0{,}4x^2 + 18{,}4x - 144 \quad | \; -0{,}4 \text{ ausklammern}$$

$$G(x) = -0{,}4 \cdot [x^2 - 46x + 360] \quad | \; +23^2 - 23^2$$

Zahl vor x Halbieren
Quadrieren
Addieren
und wieder
Subtrahieren

$$G(x) = -0{,}4 \cdot [x^2 - 46x + 23^2 - 23^2 + 360]$$

$$G(x) = -0{,}4 \cdot [(x-23)^2 - 169]$$

$$G(x) = -0{,}4 \cdot (x-23)^2 + 67{,}6$$

$$S(23 / 67{,}6)$$

gewinnmax. Menge ↲ ↳ maximaler Gewinn

Antwort:

Der Monopolist macht den maximalen Gewinn in Höhe von 67,6 GE bei einer Absatzmenge von 23 ME.

Aufgabe 5

Ein monopolistischer Anbieter plant seine Produktion auf Basis der Gewinnfunktion
$G(x) = -0{,}7\,x^2 + 14\,x - 44{,}8$.

a) Bestimmen Sie die Gewinnschwelle und die Gewinngrenze, also den Bereich der Produktion, in dem der Monopolist mit Gewinn produziert (Gewinnzone).

b) Ermitteln Sie den maximalen Gewinn, der unter diesen Bedingungen für den Anbieter möglich ist.

a) Mit quadratischer Ergänzung

a) $G(x) = 0 \Leftrightarrow -0{,}7x^2 + 14x - 44{,}8 = 0 \quad |:(-0{,}7)$

$\Leftrightarrow x^2 - 20x + 64 = 0 \quad |-64$

$\Leftrightarrow x^2 - 20x = -64 \quad |+10^2$

HA QU AD mit 20

$\Leftrightarrow x^2 - 20x + 10^2 = -64 + 10^2$

$\Leftrightarrow (x - 10)^2 = 36 \quad |\sqrt{}$

$\Leftrightarrow x - 10 = \pm 6 \quad |+10$

± nicht vergessen!

$\Leftrightarrow x = +6 + 10 = 16$ → Gewinngrenze (größerer Wert)

$x = -6 + 10 = 4$ → Gewinnschwelle (kleinerer Wert)

Gewinnzone $[4; 16]$

Fragen zur Klausur

Sättigungsmenge; Höchstpreis ; Nullstelle, y-Abschnitt von der Preis-Absatz-Funktion

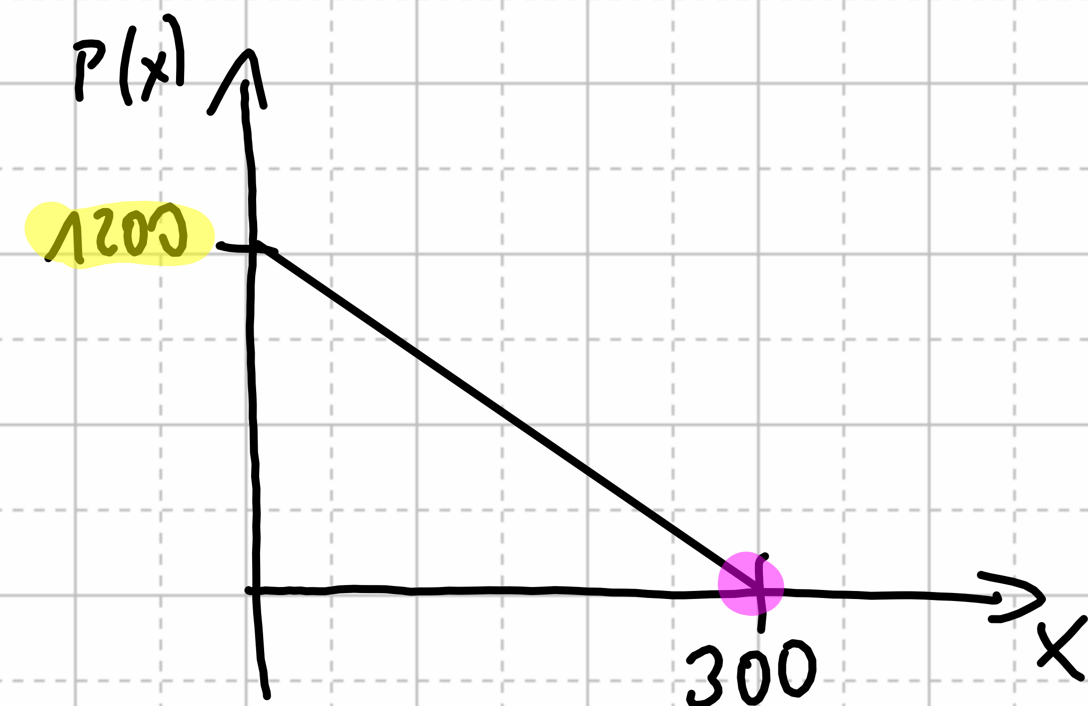
Bsp: $p(x) = -4x + 1200$

Höchstpreis: „Zahl ohne x", formal: $p(0) = -4 \cdot 0 + 1200 = \underline{1200}$

Sättigungsmenge: $p(x) = 0 \Leftrightarrow -4x + 1200 = 0 \quad | -1200 \Leftrightarrow -4x = -1200 \quad | :(-4)$

$\Leftrightarrow \underline{x = 300}$

Skizze



Binomische Formeln

1) $(x-9)^2 = x^2 - \underbrace{18x}_{2\cdot 9\cdot x} + \underbrace{81}_{9^2}$

2) $(a+4)^2 = a^2 + \underbrace{8a}_{2\cdot 4\cdot a} + \underbrace{16}_{4^2}$

3) $(a+17)^2 = a^2 + \underbrace{34a}_{=2\cdot 17\cdot a} + 289$ $\qquad \sqrt{289} = 17$

4) $(b-4{,}5)^2 = b^2 - \underbrace{9b}_{=2\cdot 4{,}5\cdot b} + 20{,}25$ $\qquad \sqrt{20{,}25} = 4{,}5$

5) $(z+12)^2 = z^2 + 24z + \underbrace{144}_{=12^2}$ $\qquad \frac{24}{2} = 12$

6) $(18-c)^2 = \underbrace{324}_{=18^2} - 36c + c^2$ $\qquad \frac{36}{2} = 18$

7) $(x - 3{,}5) \cdot (x + 3{,}5) = x^2 - 12{,}25$ $\qquad \sqrt{12{,}25} = 3{,}5$

8) $(x + 7) \cdot (x - 7) = x^2 - \underbrace{49}_{=7^2}$

9) $(2x + 6y) \cdot (2x - 6y) = 4x^2 - 36y^2$ $\qquad \sqrt{4x^2} = 2x$

$\sqrt{36y^2} = 6y$

10) $(3b - 10s) \cdot (3b + 10s) = 9b^2 - 100s^2$

Lösen quadratischer Gleichungen

1) $3x^2 + 6x + 102 = 0 \quad | :3$

$\Leftrightarrow \quad x^2 + 2x + 34 = 0 \qquad p = 2 \qquad q = 34$

$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \qquad -\frac{p}{2} = -\frac{2}{2} = -1$

$= -1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 34}$

$= -1 \pm \sqrt{-33} \quad \lightning$

Die Gleichung hat keine Lösung. $\mathbb{L} = \{ \}$

Leere Menge

2) $-9x^2 + 17x - 65{,}7 = 0 \quad | :(-9)$

$\Leftrightarrow \quad x^2 - 1{,}88x + 7{,}3 = 0 \qquad p = -1{,}88 \quad q = 7{,}3$

$-\frac{p}{2} = -\frac{-1{,}88}{2} = 0{,}94$

$x = 0{,}94 \pm \sqrt{0{,}94^2 - 7{,}3}$

$x = 0{,}94 \pm \sqrt{-6{,}42}$ ↯ $\mathbb{L} = \{ \quad \}$