Situation: Buch S. 177

a) Ermitteln Sie mit der Kostenfunktion aus dem Buch S. 177
$K(x) = 0{,}009 \cdot x^3 - 2{,}7 \cdot x^2 + 280x + 10\,000$ die Kosten für verschiedene Produktionsmengen laut Wertetabelle
b) Berechnen Sie dann variablen Kosten für diese Produktionsmengen, die variablen Stückkosten und die Stückkosten.
c) Berechnen Sie die Erlöse und gehen Sie dabei von dem Verkaufspreis von 245 € pro Fahrrad aus.
d) Tragen Sie in die letzte Zeile die Gewinne für die verschiedenen Mengen ein.
e) Übertragen Sie die Werte der Gesamtkosten, der Erlöse und der Gewinne in das Koordinatensystem 1 und verbinden Sie die Punkte zu Graphen.
f) Übertragen Sie die Werte der variablen Stückkosten und der Stückkosten in das Koordinatensystem 2 und verbinden Sie die Punkte zu Graphen.

Wertetabelle

Anzahl Fahrräder City Glide (x)	0	50	100	150	200
Gesamtkosten	10000	18375	20000	21625	30000
Variable Kosten	0	8375	10000	11625	20000
Variable Stückkosten	/	167,5	100	77,5	100
Stückkosten	/	367,5	200	144,1$\overline{6}$	150
Erlöse	0	12250	24500	36750	49000
Gewinne	-10000	-6125	4500	15125	19000
Anzahl Fahrräder City Glide (x)	**250**	**300**	**350**	**400**	
Gesamtkosten					
Variable Kosten					
Variable Stückkosten					
Stückkosten					
Erlöse					

a) Werte für x in K(x) einsetzen!

b) variable Kosten
= Gesamtkosten − Fixkosten

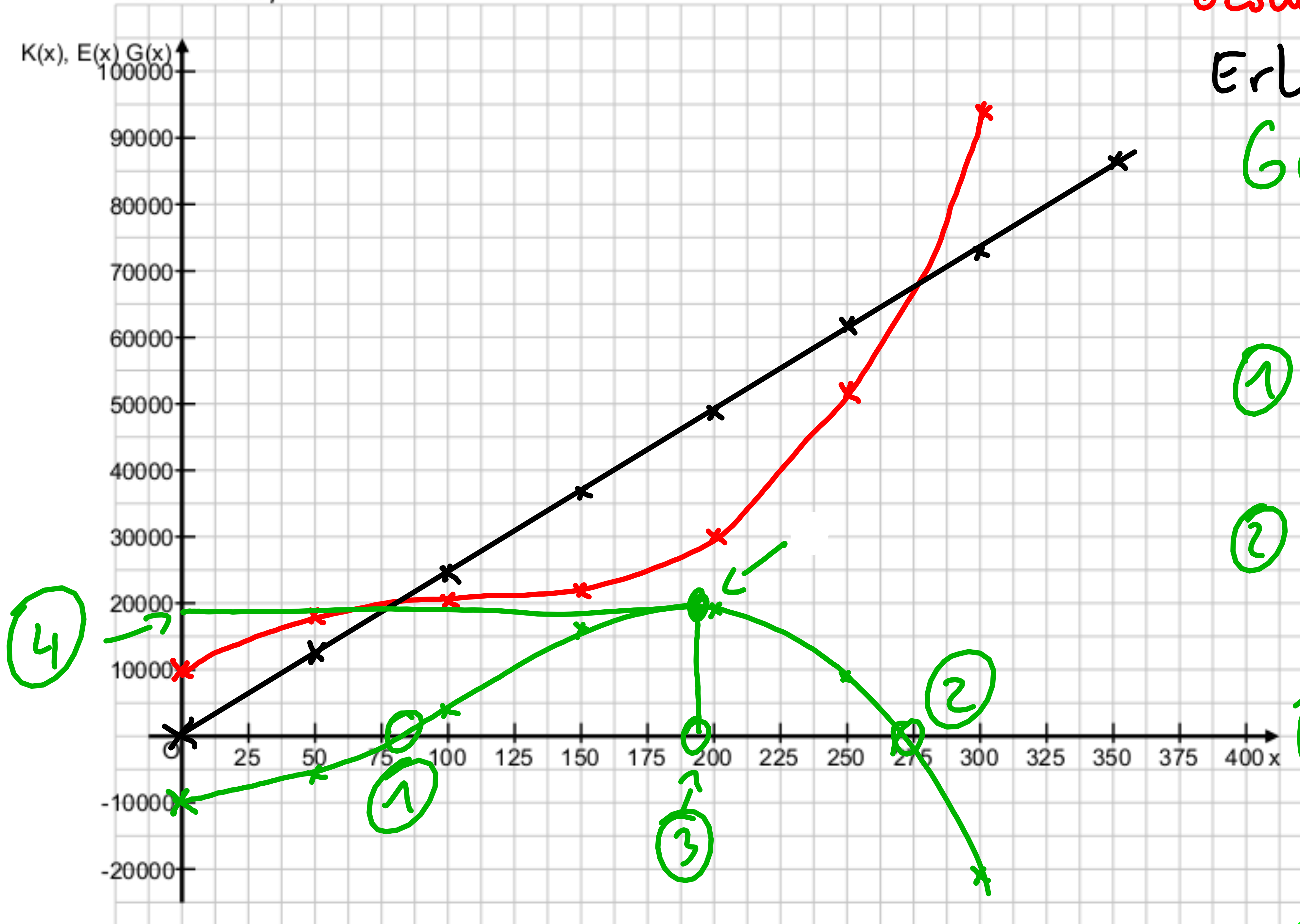
$\text{Variable Stückkosten} = \frac{\text{Variable Kosten}}{\text{Menge}}$

$\text{Stückkosten} = \frac{\text{Gesamtkosten}}{\text{Menge}}$

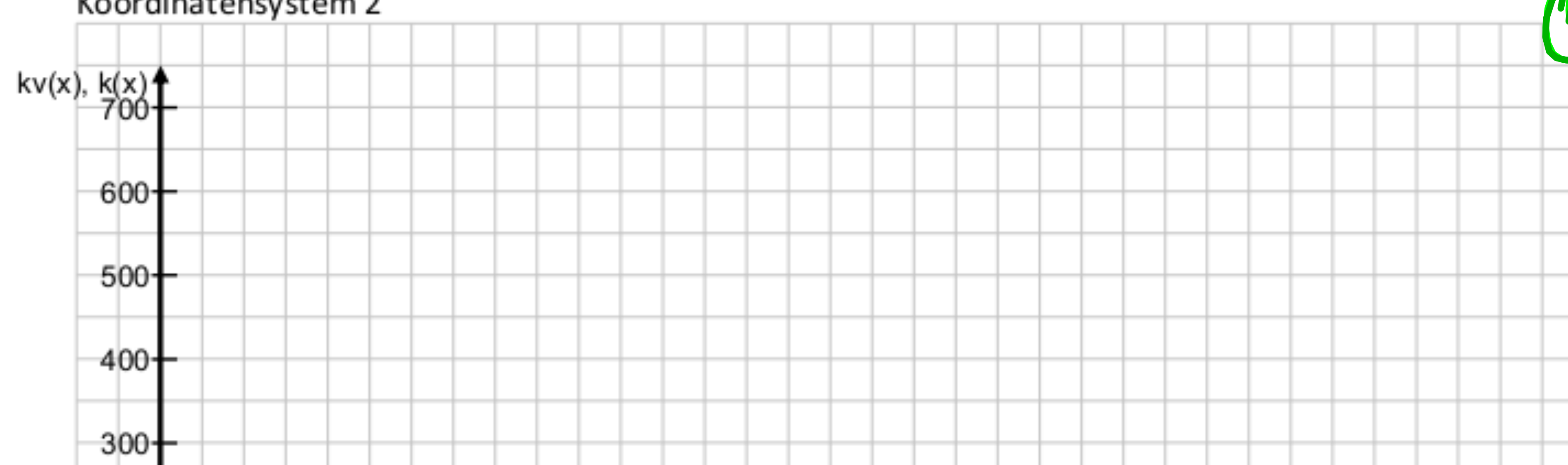
c) Erlöse = Menge · Verkaufspreis

d) Gewinne = Erlöse − Gesamtkosten

Koordinatensystem 1



Koordinatensystem 2



Gesamtkosten

Erlöse

Gewinne

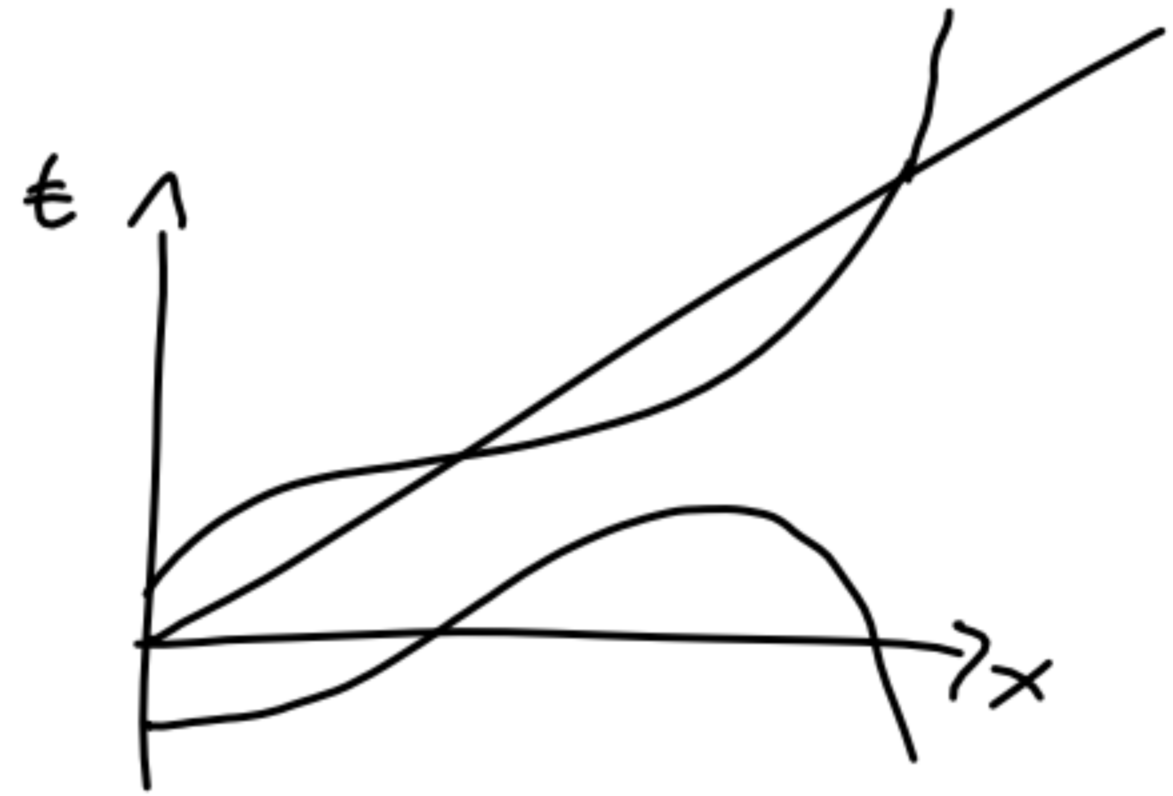
1 Gewinnschwelle ca. 80 Stück

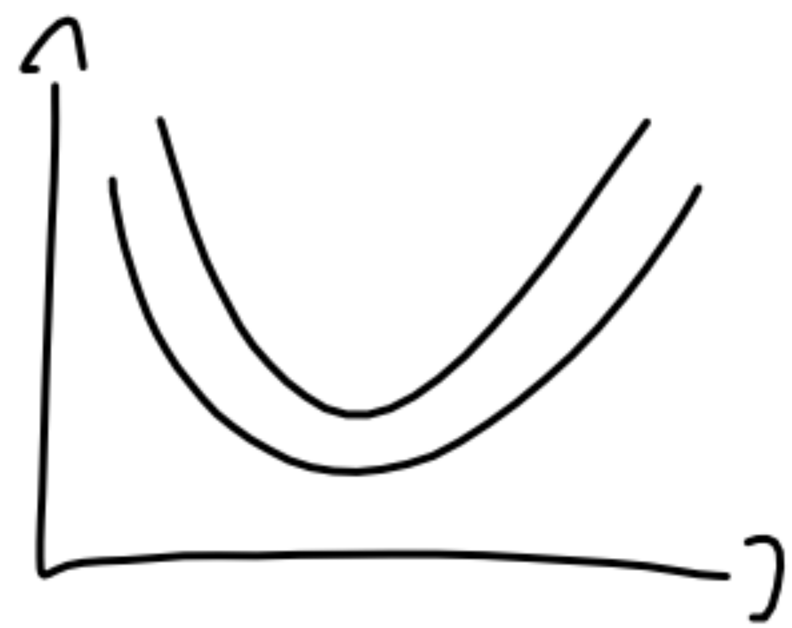
2 Gewinngrenze ca. 270 Stück

3 gewinnmaximale Menge ca. 195 Stück

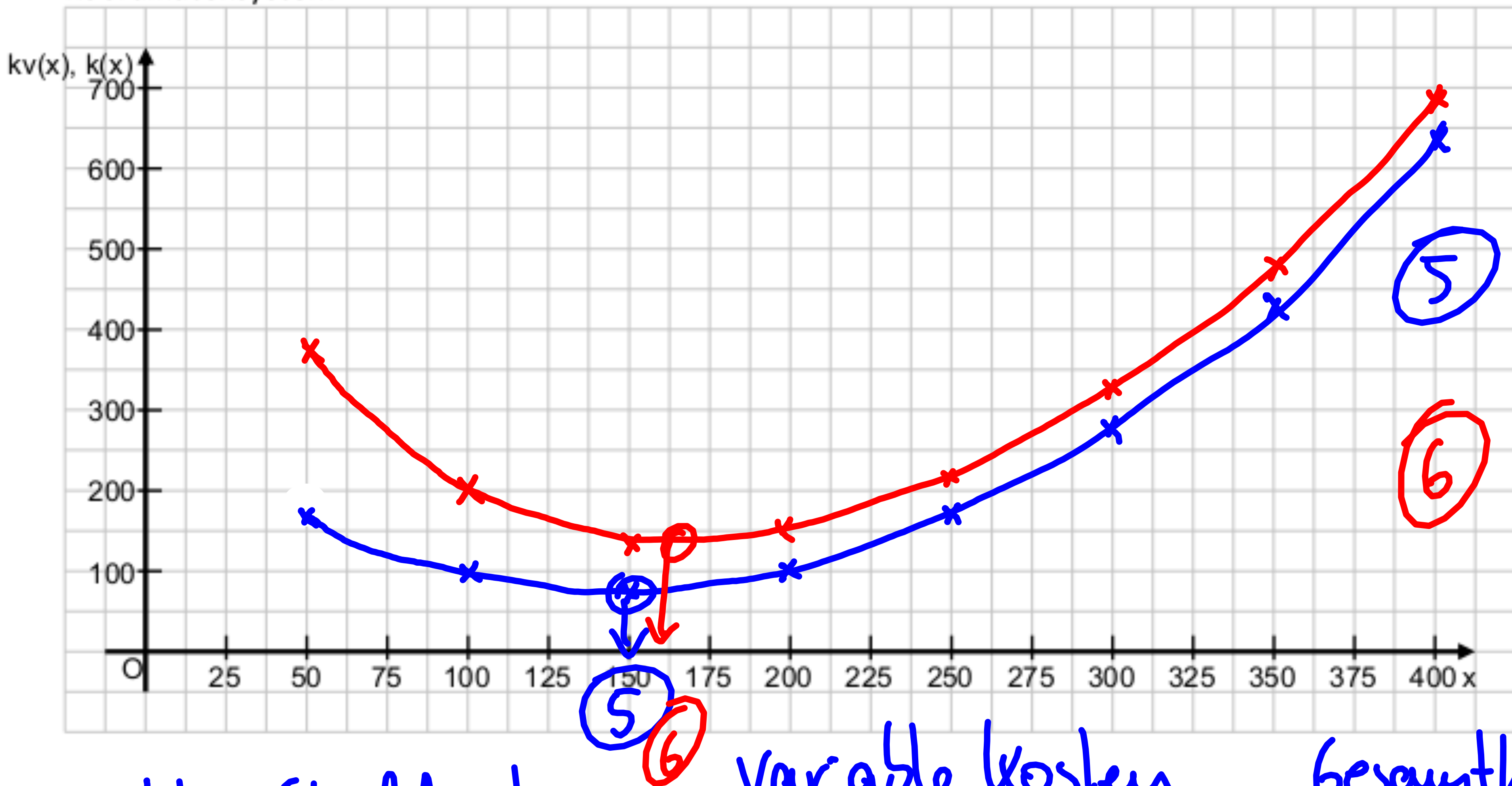
4 maximaler Gewinn: ca. 19000 €

Graphen





Koordinatensystem 2



Variable Stückkosten

Stückkosten

(5) Menge mit den geringsten (minimalen) Variablen Stückkosten: ca. 150

(6) Menge mit den geringsten (minimalen) Stückkosten: ca. 160

$$\text{variable Stückkosten} = \frac{\text{Variable Kosten}}{\text{Menge}} = \frac{\text{Gesamtkosten} - \text{Fixkosten}}{\text{Menge}}$$

$$\text{Stückkosten} = \frac{\text{Gesamtkosten}}{\text{Menge}}$$

WHB11c, 17.12.21

Einstieg Kubische Funktionen

Situation:

- Die Fly Bike Werke GmbH beobachtet, dass die Gewinne sinken!
- Das Modell City Glide wird stark nachgefragt, so dass die Produktion erhöht wurde (von 110 auf 250).
- Es werden Mengenrabatte angeboten.
- Die Produktionskosten sind stark gestiegen
  - ↳ Personalkosten steigen wegen Wochenendarbeit (Zuschläge) und Überstunden
- Der Preis soll bei 245 € unverändert bleiben.

Fragestellungen:

- Bei welcher Produktionsmenge fallen die geringsten variablen Stückkosten an? ✓
- Bei welcher Produktionsmenge wird kein Gewinn mehr erzielt (Gewinngrenze)? ✓

Kostenfunktion $K(x) = 0{,}009 \cdot x^3 - 2{,}7 \cdot x^2 + 280 \cdot x + 10000$

↳ diese Funktion ist eine Funktion dritten Grades (auch kubische Funktion genannt), da die höchste Potenz von x 3 ist.

Gewinn- und Kostenanalyse bei Funktionen dritten Grades

(Gesamt)kostenfunktion: $K(x) = 0{,}009 \cdot x^3 - 2{,}7 \cdot x^2 + 280x + 10\,000$

variable Kostenfunktion: $K_v(x) = 0{,}009x^3 - 2{,}7x^2 + 280x = K(x) - K_{fix}$

Stückkostenfunktion: $k(x) = \frac{K(x)}{x} = \frac{0{,}009x^3 - 2{,}7x^2 + 280x + 10000}{x}$

$$= \frac{0{,}009x^3}{x} - \frac{2{,}7x^2}{x} + \frac{280x}{x} + \frac{10000}{x}$$

$$= \frac{0{,}009 \cdot x \cdot x \cdot \cancel{x}}{\cancel{x}} - \frac{2{,}7 \cdot x \cdot \cancel{x}}{\cancel{x}} + \frac{280\cancel{x}}{\cancel{x}} + \frac{10000}{x}$$

$$= 0{,}009x^2 - 2{,}7x + 280 + \frac{10000}{x}$$

variable Stückkostenfunktion: $k_v(x) = \frac{K_v(x)}{x} = \frac{0{,}009x^3 - 2{,}7x^2 + 280x}{x} = 0{,}009x^2 - 2{,}7x + 280$

$$\frac{1}{3} + \frac{5}{8} = \underbrace{\frac{8}{24}}_{\frac{1}{3} \cdot \frac{8}{8}} + \underbrace{\frac{15}{24}}_{\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{3}} = \frac{8+15}{24} = \frac{23}{24}$$

Übung

a) $K(x) = 0{,}25x^3 - 2x^2 + 6x + 12{,}5$

$K_v(x) = 0{,}25x^3 - 2x^2 + 6x$

$k(x) = 0{,}25x^2 - 2x + 6 + \frac{12{,}5}{x}$

$k_v(x) = 0{,}25x^2 - 2x + 6$

b) $K(x) = 0{,}1x^3 - 1{,}2x^2 + 5x + 80$

$K_v(x) = 0{,}1x^3 - 1{,}2x^2 + 5x$

$k(x) = 0{,}1x^2 - 1{,}2x + 5 + \frac{80}{x}$

$k_v(x) = 0{,}1x^2 - 1{,}2x + 5$

Die Graphen der variablen Stückkostenfunktion $k_v(x)$ und der Stückkostenfunktion $k(x)$ sind nach oben geöffnete Parabeln. Im Vergleich ist die Stückkostenfunktion immer etwas oberhalb der variablen Stückkostenfunktion.

Skizze: