WHB11d,
21.01.22

Der Satz vom Nullprodukt.

Wenn gilt $a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0$ oder $b = 0$

Übersetzt heißt das: Wenn ein Produkt gleich 0 ist, so muss einer der Faktoren gleich 0 sein.

Beispiele:

a) $(x-3) \cdot (x+2) = 0 \Leftrightarrow x-3 = 0$ oder $x+2 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 3$ oder $x_2 = -2$ $\mathbb{L} = \{3;-2\}$

Die Faktoren sind $(x - 3)$ und $(x + 2)$ und können einzeln gleich 0 gesetzt werden. Weil das x in diesen Faktoren nur einfach vorkommt, nennt man diese Faktoren auch „lineare Faktoren“

b) $(x+4) \cdot (x^2+4x+3) = 0 \Leftrightarrow x+4=0$ oder $x^2+4x+3=0 \Leftrightarrow x_1 = -4$ oder $x_2 = -3$ oder $x_3 = -1$
$\mathbb{L} = \{-1;-3;-4\}$

Die Faktoren sind $(x + 4)$ und $(x^2 + 4x + 3)$ und können einzeln gleich 0 gesetzt werden. Hier gibt es einen „linearen Faktor“ $(x + 4)$ und einen „quadratischen Faktor“ $(x^2 + 4x + 3)$.

$$(x-3)\cdot(x+2)=0$$

$$\Rightarrow x-3=0 \quad |+3$$
$$\Leftrightarrow \underline{x=3}$$

oder

$$x+2=0 \quad |-2$$
$$\Leftrightarrow \underline{x=-2}$$

$$\mathbb{L} = \{-2;3\}$$

Aufgabe: Lösen Sie die Gleichungen und geben Sie auch immer die Lösungsmenge an!

1. $(x + 6) \cdot (x - 12) = 0$
2. $(3x - 6) \cdot (4x + 10) = 0$
3. $(x + 2) \cdot (6x - 1) \cdot (10x + 75) = 0$
4. $(x - 1) \cdot (x-2) \cdot (x-3) \cdot (x + 99) = 0$
5. $(x + 3) \cdot (-1x^2 + 12x - 20) = 0$
6. $(x + 1) \cdot (-0{,}5x^2 + 27x - 100) = 0$
7. $(x + 6) \cdot (-2x^2 + 18x - 16) = 0$
8. $(x + 2) \cdot (-1{,}5x^2 + 195x - 4500) = 0$
9. $(x + 0{,}5) \cdot (-1x^2 + 70x - 1200) = 0$
10. $(x - 3) \cdot (-2{,}5x^2 + 20x + 120) = 0$
11. $(x - 2) \cdot (-0{,}25x^2 + 10x + 125) = 0$
12. $(x + 1) \cdot (x^2 - 8x + 16) = 0$
13. $x \cdot (x + 3) \cdot (x^2 + 10x + 21) = 0$
14. $(x - 4) \cdot (x^2 - 6x + 12) = 0$

Lösungen:

1. $\mathbb{L} = \{-6;12\}$ 2. $\mathbb{L} = \{2;-2{,}5\}$ 3. $\mathbb{L} = \{-2;-7{,}5;1/6\}$ 4. $\mathbb{L} = \{-99;1;2;3\}$