

Satz vom Nullprodukt

$$0 \cdot 32 = 0$$

$$0 \cdot 772 = 0$$

$$436 \cdot 0 = 0$$

⋮

$\Rightarrow$  Bei der Multiplikation mit 0 ist  
das Produkt gleich 0.

$$x \cdot 263 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$(x-1) \cdot 520 = 0 \Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1 \quad \text{Probe } (1-1) \cdot 520 = 0 \checkmark$$

$$(x-2) \cdot x = 0 \Leftrightarrow \begin{array}{l} x-2=0 \\ \Leftrightarrow \underline{x=2} \end{array} \vee \underline{x=0} \quad \mathbb{L} = \{0; 2\}$$

### Der Satz vom Nullprodukt.

Wenn gilt  $a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0$  oder  $b = 0$

Übersetzt heißt das: Wenn ein Produkt gleich 0 ist, so muss einer der Faktoren gleich 0 sein.

Beispiele:

a)  $(x-3) \cdot (x+2) = 0 \Leftrightarrow x-3 = 0$  oder  $x+2 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 3$  oder  $x_2 = -2$   $\mathbb{L} = \{3; -2\}$

Die Faktoren sind  $(x - 3)$  und  $(x + 2)$  und können einzeln gleich 0 gesetzt werden. Weil das  $x$  in diesen Faktoren nur einfach vorkommt, nennt man diese Faktoren auch „lineare Faktoren“

b)  $(x+4) \cdot (x^2+4x+3) = 0 \Leftrightarrow x+4=0$  oder  $x^2+4x+3=0 \Leftrightarrow x_1 = -4$  oder  $x_2 = -3$  oder  $x_3 = -1$   
 $\mathbb{L} = \{-1; -3; -4\}$

Die Faktoren sind  $(x + 4)$  und  $(x^2 + 4x + 3)$  und können einzeln gleich 0 gesetzt werden. Hier gibt es einen „linearen Faktor“  $(x + 4)$  und einen „quadratischen Faktor“  $(x^2 + 4x + 3)$ .

**Aufgabe: Lösen Sie die Gleichungen und geben Sie auch immer die Lösungsmenge an!**

1.  $(x + 6) \cdot (x - 12) = 0$
2.  $(3x - 6) \cdot (4x + 10) = 0$
3.  $(x + 2) \cdot (6x - 1) \cdot (10x + 75) = 0$
4.  $(x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot (x + 99) = 0$
5.  $(x + 3) \cdot (-1x^2 + 12x - 20) = 0$
6.  $(x + 1) \cdot (-0,5x^2 + 27x - 100) = 0$
7.  $(x + 6) \cdot (-2x^2 + 18x - 16) = 0$
8.  $(x + 2) \cdot (-1,5x^2 + 195x - 4500) = 0$
9.  $(x + 0,5) \cdot (-1x^2 + 70x - 1200) = 0$
10.  $(x - 3) \cdot (-2,5x^2 + 20x + 120) = 0$
11.  $(x - 2) \cdot (-0,25x^2 + 10x + 125) = 0$
12.  $(x + 1) \cdot (x^2 - 8x + 16) = 0$
13.  $x \cdot (x + 3) \cdot (x^2 + 10x + 21) = 0$
14.  $(x - 4) \cdot (x^2 - 6x + 12) = 0$

### Lösungen:

1.  $\mathbb{L} = \{-6; 12\}$

2.  $\mathbb{L} = \{2; -2,5\}$

3.  $\mathbb{L} = \{-2; -7,5; 1/6\}$

4.  $\mathbb{L} = \{-99; 1; 2; 3\}$

# Erinnerung

$$(x-5) \cdot (-2x^2 - 18x - 36) = 0$$

$$\Leftrightarrow x-5=0 \quad \vee \quad \Leftrightarrow -2x^2 - 18x - 36 = 0 \quad | :(-2)$$
$$\Leftrightarrow \underline{x=5} \quad \Leftrightarrow x^2 + 9x + 18 = 0$$

$p=9 \quad q=18$

$$\begin{aligned} & -2x^2 - 18x - 36 = 0 \quad | :(-2) \\ \Leftrightarrow & x^2 + 9x + 18 = 0 \quad | -18 \\ \Leftrightarrow & x^2 + 9x = -18 \quad | +4,5^2 \\ \Leftrightarrow & x^2 + 9x + 4,5^2 = -18 + 4,5^2 \\ \Leftrightarrow & (x+4,5)^2 = 2,25 \quad | \sqrt{\phantom{x}} \\ \Leftrightarrow & x+4,5 = \pm 1,5 \quad | -4,5 \end{aligned}$$

$$x = +1,5 - 4,5 = \underline{-3}$$

$$x = -1,5 - 4,5 = \underline{-6}$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x = -4,5 \pm \sqrt{4,5^2 - 18}$$

$$\begin{aligned} x &= -4,5 \pm \sqrt{2,25} \\ x &= -4,5 \pm 1,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= -4,5 + 1,5 = \underline{-3} \\ x &= -4,5 - 1,5 = \underline{-6} \end{aligned}$$

$$L = \{ \underline{5}; \underline{-3}; \underline{-6} \}$$

$$2) (3x-6) \cdot (4x+10) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x-6=0$$

$$\Leftrightarrow \underline{x=2}$$

$$4x+10=0 \quad | -10 | :4$$

$$\Leftrightarrow \underline{x=-2.5}$$

$$\mathbb{L} = \{2; -2.5\}$$

$$4) (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3) \cdot (x+99) = 0$$

$$\Leftrightarrow x-1=0$$

$$\Leftrightarrow \underline{x=1}$$

$$x-2=0$$

$$\Leftrightarrow \underline{x=2}$$

$$x-3=0$$

$$\Leftrightarrow \underline{x=3}$$

$$x+99=0$$

$$\Leftrightarrow \underline{x=-99}$$

$$\mathbb{L} = \{1; 2; 3; -99\}$$

$$5) (x+3) \cdot (-1x^2+12x-20) = 0$$

$$\Leftrightarrow x+3=0$$

$$\Leftrightarrow \underline{x=-3}$$

$$-1x^2+12x-20=0 \quad | :(-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 12x + 20 = 0$$

$$x = +6 \pm \sqrt{6^2 - 20}$$

$$= +6 \pm 4$$

$$x = +6 + 4 = \underline{10}$$

$$x = +6 - 4 = \underline{2}$$

$$\mathbb{L} = \{-3; 10; 2\}$$