

Der Satz vom Nullprodukt.

Wenn gilt $a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0$ oder $b = 0$

Übersetzt heißt das: Wenn ein Produkt gleich 0 ist, so muss einer der Faktoren gleich 0 sein.

Beispiele:

a) $(x-3) \cdot (x+2) = 0 \Leftrightarrow x-3 = 0$ oder $x+2 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 3$ oder $x_2 = -2$ $\mathbb{L} = \{3; -2\}$

Die Faktoren sind $(x-3)$ und $(x+2)$ und können einzeln gleich 0 gesetzt werden. Weil das x in diesen Faktoren nur einfach vorkommt, nennt man diese Faktoren auch „lineare Faktoren“

b) $(x+4) \cdot (x^2+4x+3) = 0 \Leftrightarrow x+4=0$ oder $x^2+4x+3=0 \Leftrightarrow x_1 = -4$ oder $x_2 = -3$ oder $x_3 = -1$
 $\mathbb{L} = \{-1; -3; -4\}$

Die Faktoren sind $(x+4)$ und (x^2+4x+3) und können einzeln gleich 0 gesetzt werden. Hier gibt es einen „linearen Faktor“ $(x+4)$ und einen „quadratischen Faktor“ (x^2+4x+3) .

Aufgabe: Lösen Sie die Gleichungen und geben Sie auch immer die Lösungsmenge an!

1. $(x+6) \cdot (x-12) = 0$
2. $(3x-6) \cdot (4x+10) = 0$
3. $(x+2) \cdot (6x-1) \cdot (10x+75) = 0$
4. $(x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3) \cdot (x+99) = 0$
5. $(x+3) \cdot (-1x^2+12x-20) = 0$
6. $(x+1) \cdot (-0,5x^2+27x-100) = 0$
7. $(x+6) \cdot (-2x^2+18x-16) = 0$
8. $(x+2) \cdot (-1,5x^2+195x-4500) = 0$
9. $(x+0,5) \cdot (-1x^2+70x-1200) = 0$
10. $(x-3) \cdot (-2,5x^2+20x+120) = 0$
11. $(x-2) \cdot (-0,25x^2+10x+125) = 0$
12. $(x+1) \cdot (x^2-8x+16) = 0$
13. $x \cdot (x+3) \cdot (x^2+10x+21) = 0$
14. $(x-4) \cdot (x^2-6x+12) = 0$

Lösungen:

- | | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|
| 1. $\mathbb{L} = \{-6; 12\}$ | 2. $\mathbb{L} = \{2; -2,5\}$ | 3. $\mathbb{L} = \{-2; -7,5; 1/6\}$ | 4. $\mathbb{L} = \{-99; 1; 2; 3\}$ |
| 5. $\mathbb{L} = \{-3; 2; 10\}$ | 6. $\mathbb{L} = \{-1; 4; 50\}$ | 7. $\mathbb{L} = \{-6; 1; 8\}$ | 8. $\mathbb{L} = \{-2; 30; 100\}$ |

$$2) (3x-6) \cdot (4x+10) = 0$$

WHB11d,
25.01.22

$$\Leftrightarrow 3x-6=0 \quad | +6 \quad \text{oder} \quad 4x+10=0 \quad | -10$$
$$\Leftrightarrow 3x = 6 \quad | :3 \quad \Leftrightarrow 4x = -10 \quad | :4$$
$$\Leftrightarrow \underline{x = 2} \quad \Leftrightarrow \underline{x = -2,5}$$

$$\mathbb{L} = \{2; -2,5\}$$

$$4) (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3) \cdot (x+99) = 0$$

$$\Leftrightarrow x-1=0 \quad \vee \quad x-2=0 \quad \vee \quad x-3=0 \quad \vee \quad x+99=0$$
$$\Leftrightarrow \underline{x=1} \quad \Leftrightarrow \underline{x=2} \quad \Leftrightarrow \underline{x=3} \quad \Leftrightarrow \underline{x=-99}$$

$$\mathbb{L} = \{1; 2; 3; -99\}$$

$$5) (x+3) \cdot (-1x^2 + 12x - 20) = 0$$

$$\Leftrightarrow x+3=0 \quad | -3 \quad \vee \quad -1x^2 + 12x - 20 = 0 \quad | :(-1)$$

x^2 muss alleine stehen

$$\underline{x = -3}$$

$$\text{oder } \Leftrightarrow x^2 \overset{p}{-12x} \overset{q}{+20} = 0$$

$$x = -\frac{-12}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-12}{2}\right)^2 - 20}$$

$$x = 6 \pm \sqrt{16}$$

$$x = 6 \pm 4$$

$$x = 6 + 4 = \underline{10}$$

$$x = 6 - 4 = \underline{2}$$

$$\mathbb{L} = \{-3; 2; 10\}$$

Quadratische Gleichung mit pq-Formel!

↳ mit quadratischer Ergänzung → S. 3

$$-1x^2 + 12x - 20 = 0 \quad | :(-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 12x + 20 = 0 \quad | -20$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 12x = -20 \quad | +6^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 12x + 6^2 = -20 + 6^2$$

$$\Leftrightarrow (x - 6)^2 = 16 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\Leftrightarrow x - 6 = \pm 4 \quad | +6$$

$$\Leftrightarrow x = +4 + 6 = \underline{10}$$

$$x = -4 + 6 = \underline{2}$$

HA	QU	AD
$\frac{12}{2}$	$(\frac{12}{2})^2$	$+ (\frac{12}{2})^2$
= 6	= 6 ²	= + 6 ²

Aufgabe: Lösen Sie die Gleichungen und geben Sie auch immer die Lösungsmenge an!

1. $(x + 6) \cdot (x - 12) = 0$
2. $(3x - 6) \cdot (4x + 10) = 0$
3. $(x + 2) \cdot (6x - 1) \cdot (10x + 75) = 0$
4. $(x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot (x + 99) = 0$
5. $(x + 3) \cdot (-1x^2 + 12x - 20) = 0$
6. $(x + 1) \cdot (-0,5x^2 + 27x - 100) = 0$
7. $(x + 6) \cdot (-2x^2 + 18x - 16) = 0$
8. $(x + 2) \cdot (-1,5x^2 + 195x - 4500) = 0$
9. $(x + 0,5) \cdot (-1x^2 + 70x - 1200) = 0$
10. $(x - 3) \cdot (-2,5x^2 + 20x + 120) = 0$
11. $(x - 2) \cdot (-0,25x^2 + 10x + 125) = 0$
12. $(x + 1) \cdot (x^2 - 8x + 16) = 0$
13. $x \cdot (x + 3) \cdot (x^2 + 10x + 21) = 0$
14. $(x - 4) \cdot (x^2 - 6x + 12) = 0$

Lösungen:

- | | | | |
|----------------------|-------------------|----------------------|--------------------|
| 1. L = {-6;12} | 2. L = {2;-2,5} | 3. L = {-2;-7,5;1/6} | 4. L = {-99;1;2;3} |
| 5. L = {-3;2;10} | 6. L = {-1;4;50} | 7. L = {-6;1;8} | 8. L = {-2;30;100} |
| 9. L = {-0,5;30;40} | 10. L = {-4;3;12} | 11. L = {-10;2;50} | 12. L = {-1;4;4} |
| 13. L = {0;-3;-3;-7} | 14. L = {4} | | |

Was haben die Gleichungen und Lösungsmengen der Gleichungen 5 – 11 gemeinsam?

Gemeinsamkeiten der Gleichungen **5-11**

↳ die Lösungen bestehen aus einer negativen und zwei positiven Lösungen

↳ Wenn im linearen Faktor ein + steht, steht im quadratischen am Ende ein - und umgekehrt!

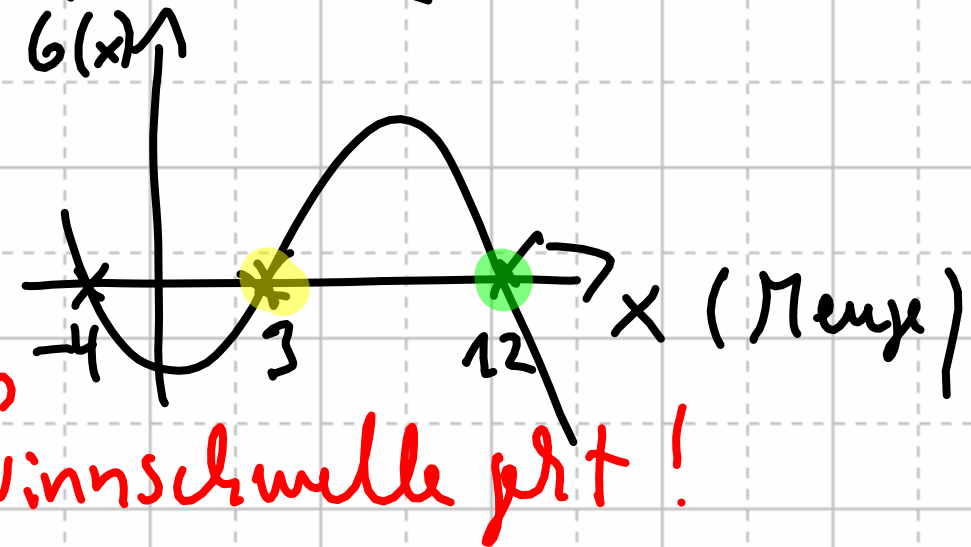
↳ es gibt immer einen linearen Faktor und einen quadratischen

↳ im quadratischen Faktor steht vor x^2 immer eine negative Zahl!

Gewinnanalyse für Funktionen dritten Grades

Ein Unternehmen arbeitet mit der Gewinnfunktion

$G(x) = (x-3) \cdot (-2x^2 + 16x + 96)$. Berechnen Sie die **Gewinnschwelle** und die **Gewinnmenge**! Skizze von $G(x)$



Ausatz $G(x) = 0$ (Immer dann, wenn es uns die Gewinnschwelle gibt!)

$$\Leftrightarrow (x-3) \cdot (-2x^2 + 16x + 96) = 0$$

$$x-3=0 \quad \vee \quad -2x^2 + 16x + 96 = 0 \quad | :(-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x - 48 = 0$$

$$\underline{\underline{x=3}}$$

$$x = 4 \pm \sqrt{4^2 + 48}$$
$$= 4 \pm 8$$

$$x = 4 + 8 = \underline{\underline{12}}$$

$$x = 4 - 8 = \underline{\underline{-4}}$$

$$\mathbb{L} = \{-4; 3; 12\}$$

Gewinnschwelle: $x = 3$
Gewinnmenge: $x = 12$
3. Lösung: $x = -4$

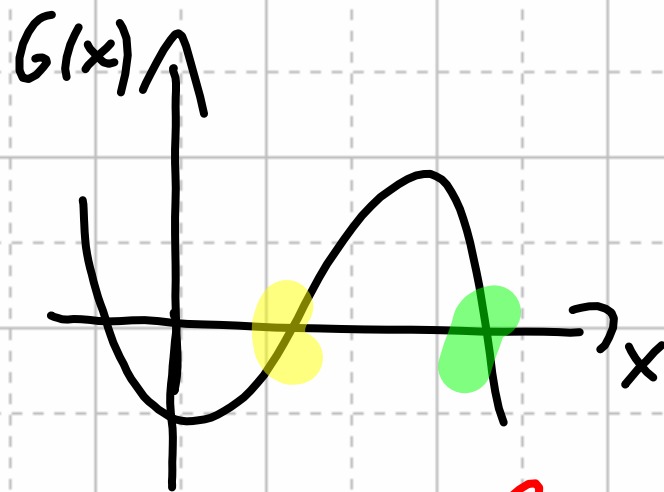
ökonomisch
nicht relevant

Zwischenübung:

$$(x-3) \cdot (-2x^2 + 16x + 96) = \underbrace{-2x^3}_{=x \cdot (-2x^2)} + \underbrace{+16x^2}_{=x \cdot 16x} + \underbrace{+96x}_{=x \cdot 96} + \underbrace{+6x^2}_{-3 \cdot (-2x^2)} + \underbrace{-48x}_{-3 \cdot 16x} + \underbrace{-288}_{-3 \cdot 96}$$
$$= -2x^3 + 22x^2 + 48x - 288$$

Aufgabe: Ein Unternehmen arbeitet mit der Gewinnfunktion

$G(x) = -2x^3 + 22x^2 + 48x - 228$. Berechnen Sie die Gewinnschwelle und Gewinnmenge. Skizze



Ansatz: $G(x) = 0$

mit x^3 ???????