

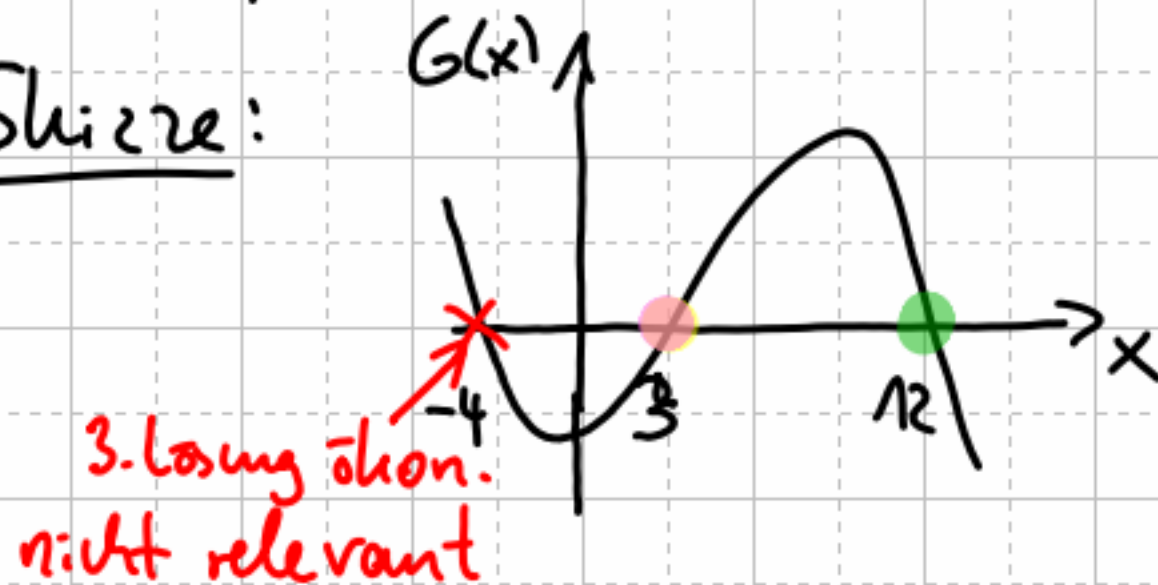
Gewinnanalyse für Funktionen dritten Grades

Ein Unternehmen arbeitet mit der Gewinnfunktion

$$G(x) = (x-3) \cdot (-2x^2 + 16x + 96). \text{ Berechnen Sie die } \text{Gewinnschwelle}$$

und die Gewinngrenze!

Skizze:



Gewinnschwelle: $x=3$

Gewinngrenze: $x=12$

3. Lösung: $x=-4$ ökon. nicht relevant

Ansatz: $G(x) = 0$ (immer der Ansatz für Gewinnschwelle!)

$$\Leftrightarrow (x-3) \cdot (-2x^2 + 16x + 96) = 0$$

$$\Leftrightarrow x-3=0$$

$$\underline{x=3}$$

$$\vee -2x^2 + 16x + 96 = 0 \quad | :(-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x - 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \pm \sqrt{4^2 - (-48)}$$

$$x = 4 \pm 8$$

$$x = 4 + 8 = \underline{12} \quad x = 4 - 8 = \underline{-4}$$

$$L = \{ \underline{3}; \underline{12}; \underline{-4} \}$$

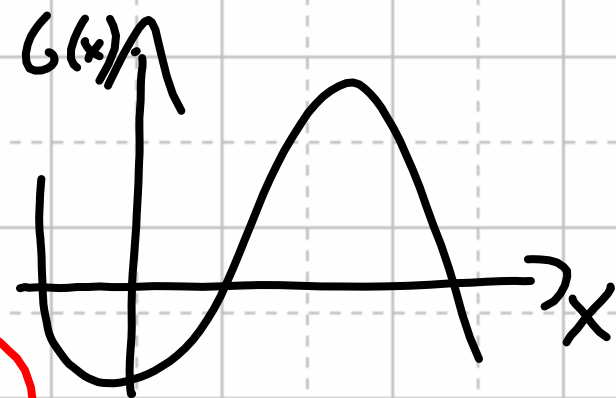
Zwischenübung!

$$(x-3) \cdot (-2x^2 + 16x + 96) = -2x^3 + 16x^2 + 96x + 6x^2 - 48x - 288$$
$$= -2x^3 + 22x^2 + 48x - 288$$

$x \cdot (-2x^2)$ $x \cdot 16x$ $x \cdot 96$ $-3 \cdot (-2x^2)$ $-3 \cdot 16x$ $-3 \cdot 96$

Aufgabe: Ein Unternehmen arbeitet mit der Gewinnfunktion

$G(x) = -2x^3 + 22x^2 + 48x - 288$. Berechnen Sie die Gewinnschwelle und die Gewinnpreise! Skizze:



Ausatz: $G(x) = 0$ (immer für Gewinnschwelle)

$$\Leftrightarrow -2x^3 + 22x^2 + 48x - 288 = 0$$

Frage: Kann man aus $-2x^3 + 22x^2 + 48x - 288 = 0$ die Gleichung $(x-3) \cdot (-2x^2 + 16x + 96) = 0$ erhalten?



Lösen von $G(x) = -2x^3 + 22x^2 + 48x - 288 = 0$

1. Schritt: Ausprobieren von möglichen Lösungen, zum Beispiel $x=1, x=2, x=3, \dots$

$x=1: G(1) = -2 \cdot 1^3 + 22 \cdot 1^2 + 48 \cdot 1 - 288 = -220 \neq 0$
→ $x=1$ ist keine Lösung → weiter probieren

$x=2: G(2) = -2 \cdot 2^3 + 22 \cdot 2^2 + 48 \cdot 2 - 288 = -120 \neq 0$
→ $x=2$ ist keine Lösung → weiter probieren

$x=3: G(3) = -2 \cdot 3^3 + 22 \cdot 3^2 + 48 \cdot 3 - 288 = 0 \checkmark$
→ $x=3$ ist Lösung von $G(x) = 0$ → und jetzt??

Kann man $G(x)$ zerlegen in einen linearen Faktor (Klammer mit x) und einen quadratischen Faktor (Klammer mit x^2), so dass man den Satz vom Nullprodukt anwenden kann?

Idee: $-2x^3 + 22x^2 + 48x - 288 = (x - 3) \cdot (\quad \text{????????} \quad) = 0 \quad | : (x-3)$

Wird beim Einsetzen von $x = 3$ Null

Wird beim Einsetzen von $x = 3$ Null

$(-2x^3 + 22x^2 + 48x - 288) : (x - 3) = (\quad \text{????????} \quad)$

⇒ Polynomdivision

$$-2x^3 + 22x^2 + 48x - 288 = (x-3) \cdot ? \quad | : (x-3)$$
$$\Rightarrow (-2x^3 + 22x^2 + 48x - 288) : (x-3) = ?$$

Polynomdivision

$$\begin{array}{r} (-2x^3 + 22x^2 + 48x - 288) : (x-3) = \underline{-2x^2 + 16x + 96} \\ -(-2x^3 + 6x^2) \\ \hline 16x^2 + 48x \\ -(16x^2 - 48x) \\ \hline 96x - 288 \\ -(96x - 288) \\ \hline 0 \end{array}$$

Jetzt wissen wir: $-2x^3 + 22x^2 + 48x - 288 = (x-3) \cdot (-2x^2 + 16x + 96)$

und statt $G(x) = -2x^3 + 22x^2 + 48x - 288 = 0$ (nicht lösbar)

können wir $G(x) = (x-3) \cdot (-2x^2 + 16x + 96) = 0$

(lösbar mit Satz vom Nullprodukt siehe 26.01) lösen!

$$\begin{array}{l} \text{NR 1} \\ \frac{-2x^3}{x} = \frac{-2 \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot x}{\cancel{x}} \\ = -2x^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{NR 2} \\ \frac{16x^2}{x} = 16x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{NR 3} \\ \frac{96x}{x} = 96 \end{array}$$

Erinnerung

$$\begin{array}{r} 732 : 6 = 122 \\ \underline{-6} \\ 13 \\ \underline{-12} \\ 12 \\ \underline{-12} \\ 0 \end{array}$$

Alternative zur Polynomdivision: Horner-Schema

Lösung von $\textcircled{-2}x^3 + \textcircled{22}x^2 + \textcircled{48}x - \textcircled{288} = 0$? Potenzen sortiert x^3, x^2, x , ohne x ✓

		\downarrow -2	\downarrow +22	\downarrow +48	\downarrow -288	
Ausprobieren	$x = 1$	-2	$1 \cdot (-2) = -2$ $+22 - 2 =$ 20	$1 \cdot 20 = 20$ $48 + 20 =$ 68	$1 \cdot 68 = 68$ $-288 + 68 =$ -220	$\neq 0 \rightarrow$ weiter probieren
Ausprobieren	$x = 2$	-2	$2 \cdot (-2) = -4$ $22 - 4 =$ 18	$2 \cdot 18 = 36$ $48 + 36 =$ 84	$2 \cdot 84 = 168$ $-288 + 168 =$ -120	$\neq 0 \rightarrow$ weiter probieren
Ausprobieren	$x = 3$	-2	$3 \cdot (-2) = -6$ $22 - 6 =$ 16	$3 \cdot 16 = 48$ $48 + 48 =$ 96	$3 \cdot 96 = 288$ $-288 + 288 =$ 0	✓

$$(x-3) \cdot (\textcircled{-2}x^2 + \textcircled{16}x + \textcircled{96}) = 0$$