Übungen für die Klausur am 02.03.2022

Datum: Februar 2022

Inhalte:

- Satz vom Nullprodukt ✓ → Aufg. 3. → Aufg. 4
- Graphische Gewinnanalyse
- Horner-Schema / Polynomdivision:
  - ✓ Berechnung von Funktionswerten → Aufg. 1
  - ✓ Zerlegung von kubischen Funktionsterm in einen linearen und einen quadratischen Faktor → Aufg. 2 → Aufg. 3
  - ✓ Berechnung von Nullstellen → Aufg. 3
  - ✓ ökonomische Anwendung: Gewinnschwelle und Gewinngrenze → Aufg. 3
- Differenzenquotienten und mittlere Änderungsrate
- Funktionen bestimmen → Aufg. 8

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Funktionswerte für x = 1 bis x = 6 der Funktion $f(x) = -0{,}2x^3 + 1{,}8x^2 - 3x + 2$ mit Hilfe des Horner-Schemas. (Auf dem Blatt)

x				
x = 1				
x = 2				
x = 3				
x = 4				
x = 5				
x = 6				

Aufgabe 2

Bestimmen Sie mit Hilfe des Horner-Schemas eine Zerlegung in einen linearen und einen quadratischen Faktor von $f(x) = 3x^3 - 3x^2 - 13x - 15$.

Aufgabe 3

Ein Unternehmen plant mit der Gewinnfunktion $G(x) = -0{,}1x^3 + 1{,}2x^2 + 16{,}8x - 80$. Bestimmen Sie die Gewinnschwelle und die Gewinngrenze.

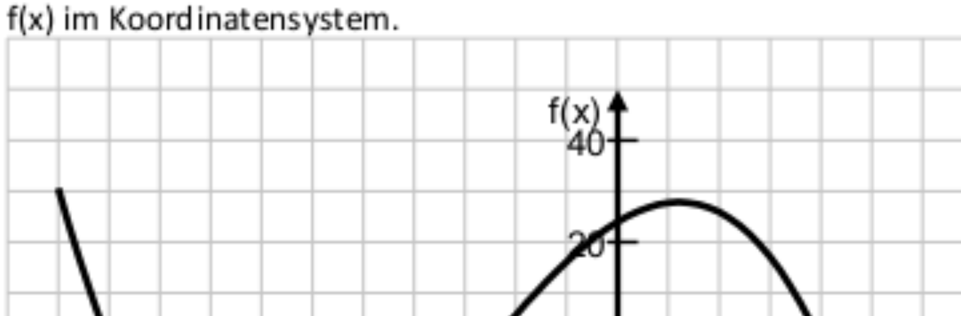
Aufgabe 4

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen!

a) $(x - 1) \cdot (4x + 16) = 0$ b) $(x + 2{,}8) \cdot (-0{,}5x^2 + 16) \cdot x^2 = 0$

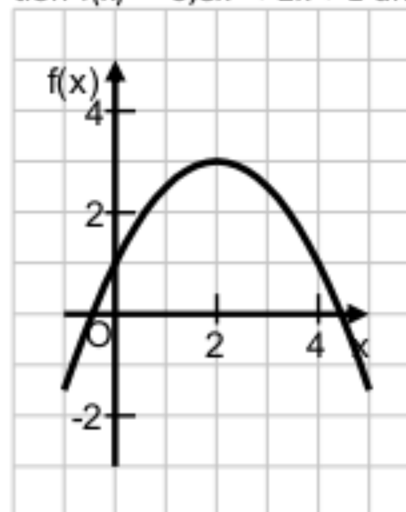
Aufgabe 5

Bestimmen Sie rechnerisch die Nullstellen von $f(x) = -0{,}03x^3 - 0{,}51x^2 + 3x + 24$ und nutzen Sie den Graphen von f(x) im Koordinatensystem.



Aufgabe 6: (5P.)

Bestimmen Sie mit Hilfe des Differenzenquotienten die mittlere Änderungsrate im Intervall [0 ; 3] für die Funktion $f(x) = -0{,}5x^2 + 2x + 1$ und zeichnen Sie die entsprechende Gerade ein.



Aufgabe 7:

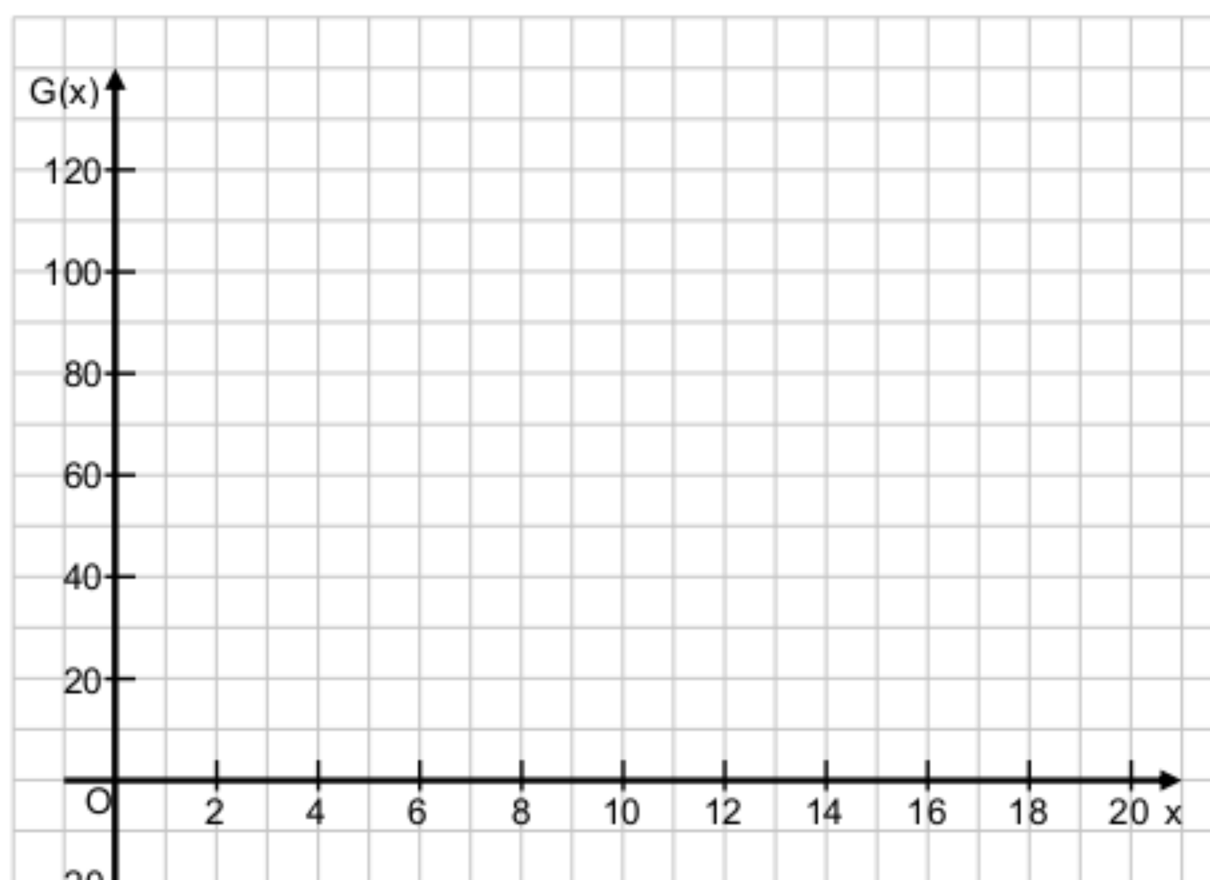
Ein Unternehmen produziert ein bestimmtes Produkt anhand der Gewinnfunktion
$G(x) = -0{,}1x^3 + 1{,}2x^2 + 16{,}8x - 80$.

a) Berechnen Sie die Gewinne für die verschiedenen Produktionsmengen und tragen Sie diese in die Wertetabelle ein.

x	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
G(x)		-42,4			80	108		116			-64

b) Zeichnen Sie den Graphen von G(x) im Koordinatensystem.

c) Bestimmen Sie mit Hilfe der Zeichnung die Gewinnschwelle und die Gewinngrenze.



Aufg. 8

$$K(x) = \underbrace{0{,}2x^3 - 1{,}8x^2 + 5{,}4x}_{\text{variable Kosten } K_V(x)} \underbrace{+5}_{\text{Fixkosten } K_F}$$

a) variable Stückkosten $k_v(x) = \frac{K_v(x)}{x} = \frac{0{,}2x^3 - 1{,}8x^2 + 5{,}4x}{x} = \underline{0{,}2x^2 - 1{,}8x + 5{,}4}$

Stückkostenfunktion $k(x) = \frac{K(x)}{x} = \frac{0{,}2x^3 - 1{,}8x^2 + 5{,}4x + 5}{x} = 0{,}2x^2 - 1{,}8x + 5{,}4 + \frac{5}{x}$

	WHB11 - Mathematik Übungen für die Klausur am 02.03.2022	Datum: Februar 2022

Aufgabe 8

In der Controlling-Abteilung der JoRo GmbH für das Fahrrad-Modell "City-Bike" wird für die Produktion von folgender Kostenfunktion ausgegangen: $K(x) = 0{,}2 \cdot x^3 - 1{,}8 \cdot x^2 + 5{,}4 \cdot x + 5$ für $x \in [0;15]$. Ein Fahrrad wird für 9 GE/ME verkauft.

a) Bestimmen Sie die variable Stückkostenfunktion und die Stückkostenfunktion. (4P.)

b) Bestimmen Sie die Erlösfunktion und die Gewinnfunktion. (3P.)

Lösungen:

2) $f(x) = (x-3) \cdot (3x^2 + 6x + 5)$

3) Gewinnschwelle: x=4 und Gewinngrenze: x=18,7

4) a) $\mathbb{L} = \{-4; 1\}$ b) $\mathbb{L} = \{-8; -2{,}8; 0; 8\}$

5) Nullstellen: x= -20; x = -5 und x = 8

6) $m_t = 0{,}5$

Aufgabe 1 Horner-Schema

ohne „0 suchen"
ohne Zerlegung

$$f(x) = -0{,}2x^3 + 1{,}8x^2 - 3x + 2$$

	$-0{,}2$	$+1.8$	-3	$+2$
$x = 1$	$-0{,}2$	$1\cdot(-0{,}2) = -0{,}2$ $1{,}6$	$1\cdot 1{,}6 = 1{,}6$ $-1{,}4$	$1\cdot(-1{,}4) = -1{,}4$ $0{,}6 = f(1)$
$x = 2$	$-0{,}2$	$1{,}4$	$-0{,}2$	$1{,}6 = f(2)$
$x = 3$	$-0{,}2$	$1{,}2$	$0{,}6$	$3{,}8 = f(3)$
$x = 4$	$-0{,}2$	1	1	$6 = f(4)$
$x = 5$	$-0{,}2$	$0{,}8$	1	$7 = f(5)$
$x = 6$	$-0{,}2$	$0{,}6$	$0{,}6$	$5{,}6 = f(6)$

Aufg. 2 Zerlegung von $f(x) = 3x^3 - 3x^2 - 13x - 15$

1) Horner-Schema „0 suchen"

2) Wenn 0 gefunden: Zerlegung $(x \; ?) \cdot (?x^2 \; ? \quad)$

	3	-3	-13	-15	
$x=1$					$\neq 0$
$x=2$					$\neq 0$
$x=3$	3	6	5	0	✓

$$f(x) = (x-3) \cdot (3x^2 + 6x + 5) \quad ✓$$

$$= 3x^3 - 3x^2 - 13x - 15$$

Aufg. 3 $G(x) = -0{,}1x^3 + 1{,}2x^2 + 16{,}8x - 80$

Gewinnschwelle und Gewinngrenze! Ansatz: $G(x) = 0$ 1P.

1) Horner-Schema 0 suchen ✓
2) Zerlegung ✓
3) Satz vom Nullprodukt ✓
4) pq-Formel und Antwort

	$-0{,}1$	$+1{,}2$	$+16{,}8$	-80
$x=4$	$-0{,}1$	$0{,}8$	20	0 ✓

$$G(x) = (x-4)\cdot(-0{,}1x^2 + 0{,}8x + 20) = 0$$

Satz vom Nullprodukt

$x - 4 = 0 \quad | +4$ oder $-0{,}1x^2 + 0{,}8x + 20 = 0 \quad | :(-0{,}1)$

$\underline{\underline{x = 4}}$ $\Leftrightarrow \quad x^2 - 8x - 200 = 0$ $\quad p = -8 \quad q = -200$

$x = 4 \pm \sqrt{4^2 - (-200)}$

$x = 4 \pm \sqrt{216}$

$x = 4 + 14{,}7$ $\qquad x = 4 - 14{,}7$

$x = \underline{\underline{18{,}7}}$ $\qquad x = \underline{\underline{-10{,}7}}$ ↯

ökon. nicht relevant

Gewinnschwelle: $x = 4$

Gewinngrenze: $x = 18{,}7$

Die kleinere der positiven Lösungen ist immer die Gewinnschwelle

Aufg. 4 Satz vom Nullprodukt

a) $(x-1)\cdot(4x+16)=0$

$x-1=0 \quad | +1$

$\underline{\underline{x=1}}$

$4x+16=0 \quad | -16$

$\Leftrightarrow 4x = -16 \quad | :4$

$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=-4}}$

$\mathbb{L}=\{1; -4\}$

b) $(x+2{,}8)\cdot(-0{,}5x^2+16)\cdot x^2=0$

$x+2{,}8=0 \quad | -2{,}8$

$\underline{\underline{x=-2{,}8}}$

$-0{,}5x^2+16=0 \quad | -16$

$\Leftrightarrow -0{,}5x^2=-16 \quad | :(-0{,}5)$

$\Leftrightarrow x^2=32 \quad | \sqrt{\ }$

$\underline{\underline{x=\pm 5{,}66}}$

$x^2=0 \quad | \sqrt{\ }$

$\underline{x=\pm 0}$

$\mathbb{L}=\{-2{,}8; +5{,}66; -5{,}66; 0\}$