Inhalte:

- Satz vom Nullprodukt
- Graphische Gewinnanalyse
- Horner-Schema / Polynomdivision:
    - Berechnung von Funktionswerten
    - Zerlegung von kubischen Funktionsterm in einen linearen und einen quadratischen Faktor
    - Berechnung von Nullstellen
    - ökonomische Anwendung: Gewinnschwelle und Gewinngrenze
- Differenzenquotienten und mittlere Änderungsrate

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Funktionswerte für x = 1 bis x = 6 der Funktion $f(x) = -0{,}2x^3 + 1{,}8x^2 - 3x + 2$ mit Hilfe des Horner-Schemas. (Auf dem Blatt)

x				
x = 1				
x = 2				
x = 3				
x = 4				
x = 5				
x = 6				

Aufgabe 2

Bestimmen Sie mit Hilfe des Horner-Schemas eine Zerlegung in einen linearen und einen quadratischen Faktor von $f(x) = 3x^3 - 3x^2 - 13x – 15$.

Aufgabe 3

Ein Unternehmen plant mit der Gewinnfunktion $G(x) = -0{,}1x^3 + 1{,}2x^2 + 16{,}8x - 80$. Bestimmen Sie die Gewinnschwelle und die Gewinngrenze.

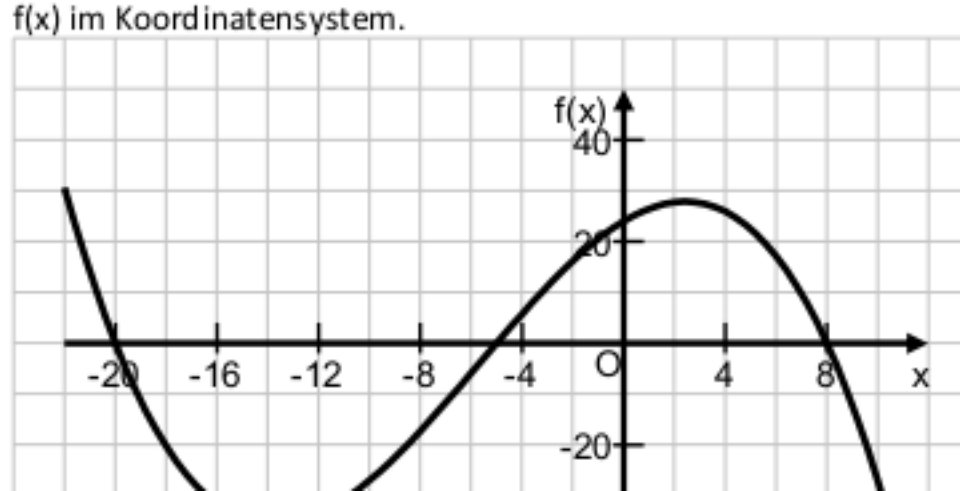
Aufgabe 4

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen!

a) $(x – 1) \cdot (4x + 16) = 0$ b) $(x + 2{,}8) \cdot (-0{,}5x^2 + 16) \cdot x^2 = 0$

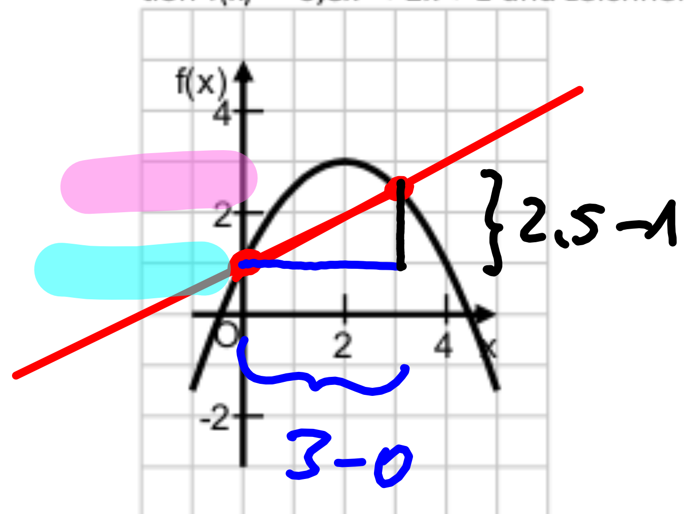
Aufgabe 5

Bestimmen Sie rechnerisch die Nullstellen von $f(x) = -0{,}03x^3 - 0{,}51x^2 + 3x + 24$ und nutzen Sie den Graphen von f(x) im Koordinatensystem.



Aufgabe 6: (5P.)

Bestimmen Sie mit Hilfe des Differenzenquotienten die mittlere Änderungsrate im Intervall [0 ; 3] für die Funktion $f(x) = -0,5x^2 + 2x + 1$ und zeichnen Sie die entsprechende Gerade ein.



Steigung m_s der Geraden

$$m_s = \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{2,5 - 1}{3} = \frac{1,5}{3}$$

$$= \underline{\underline{0,5}}$$

Aufgabe 7:

Ein Unternehmen produziert ein bestimmtes Produkt anhand der Gewinnfunktion
$G(x) = -0,1x^3 + 1,2x^2 + 16,8x - 80$.

Einsetzen von x in G(x)

Bsp

$$G(4) = -0,1 \cdot 4^3 + 1,2 \cdot 4^2 + 16,8 \cdot 4 - 80$$
$$= 0$$

a) Berechnen Sie die Gewinne für die verschiedenen Produktionsmengen und tragen Sie diese in die Wertetabelle ein.

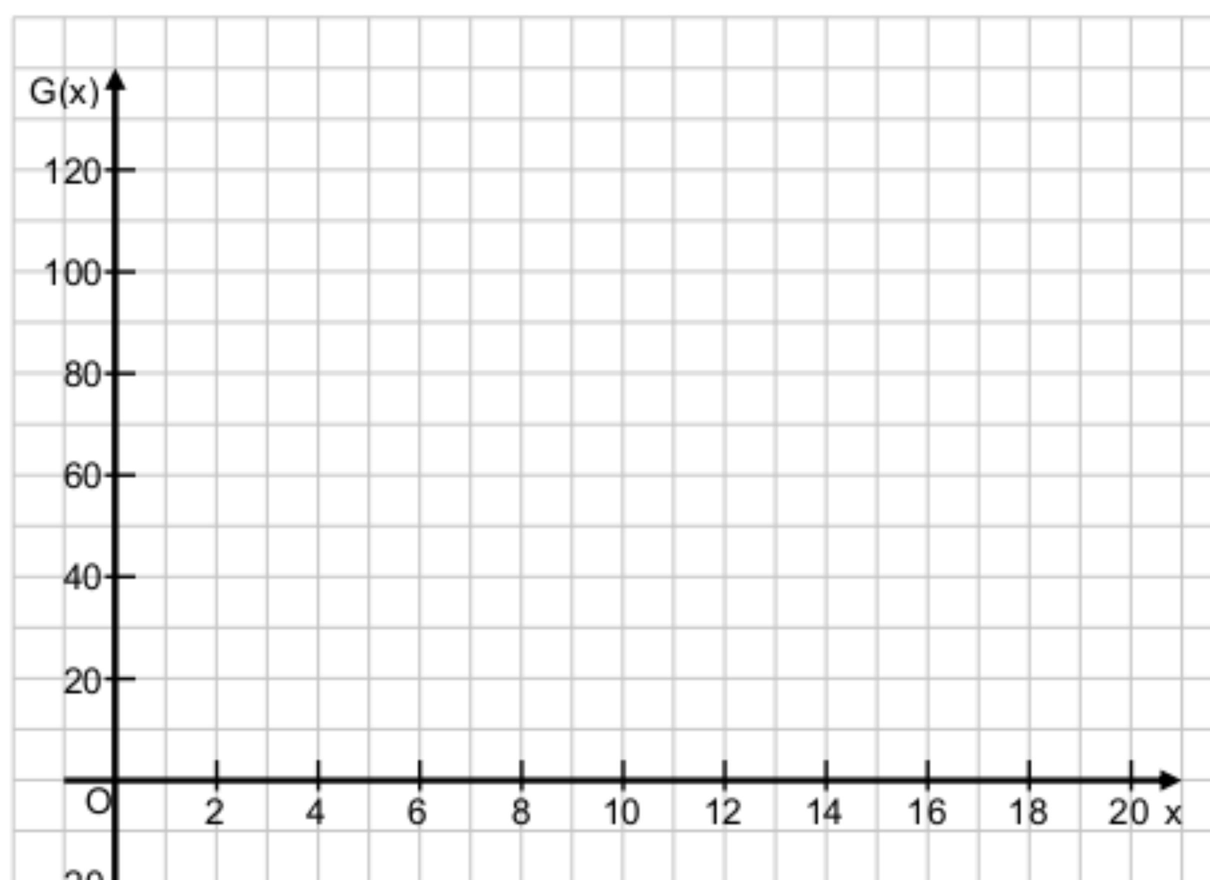
x	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
G(x)		-42,4	0		80	108		116			-64

b) Zeichnen Sie den Graphen von G(x) im Koordinatensystem.

c) Bestimmen Sie mit Hilfe der Zeichnung die Gewinnschwelle und die Gewinngrenze.

NR: $f(3) = -0,5 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3 + 1$
$= 2,5$

$f(0) = -0,5 \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 + 1$
$= 1$



Aufgabe 8

In der Controlling-Abteilung der JoRo GmbH für das Fahrrad-Modell "City-Bike" wird für die Produktion von folgender Kostenfunktion ausgegangen: $K(x) = 0{,}2 \cdot x^3 - 1{,}8 \cdot x^2 + 5{,}4 \cdot x + 5$ für $x \in [0;15]$. Ein Fahrrad wird für 9 GE/ME verkauft.

a) Bestimmen Sie die variable Stückkostenfunktion und die Stückkostenfunktion. (4P.)

b) Bestimmen Sie die Erlösfunktion und die Gewinnfunktion. (3P.)

a) $$\text{Stückkosten} = \frac{\text{Gesamtkosten}}{\text{Menge}} = \frac{K(x)}{x} = \frac{0{,}2x^3 - 1{,}8x^2 + 5{,}4x + 5}{x}$$

$$= 0{,}2x^2 - 1{,}8x + 5{,}4 + \frac{5}{x} = k(x)$$

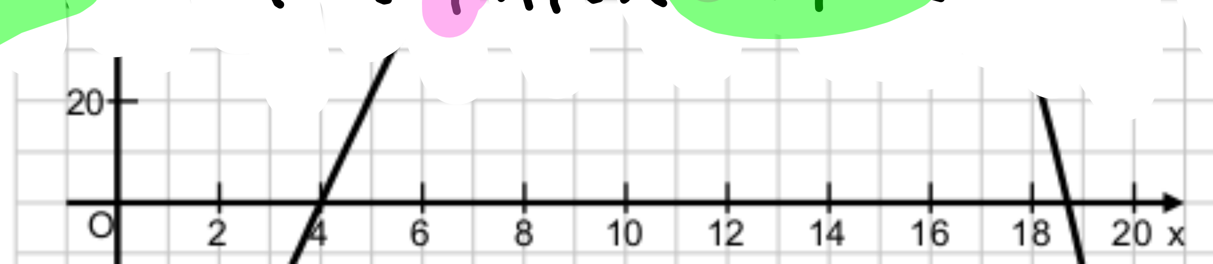
$$\text{variable Stückkosten} = \frac{\text{Variablen Kosten}}{x} = \frac{K_v(x)}{x} = k_v(x) = \frac{0{,}2x^3 - 1{,}8x^2 + 5{,}4}{x}$$

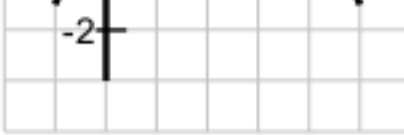
$$= 0{,}2x^2 - 1{,}8x + 5{,}4$$

b) $$E(x) = p \cdot x = 9 \cdot x$$

$$G(x) = E(x) - (K(x)) = 9x - (0{,}2x^3 - 1{,}8x^2 + 5{,}4x + 5)$$

$$= 9x - 0{,}2x^3 + 1{,}8x^2 - 5{,}4x - 5 = -0{,}2x^3 + 1{,}8x^2 + 3{,}6x - 5$$





7) Gewinnschwelle: x=4 und Gewinngrenze: x=18,7