Aufgabe 1
Bestimmen Sie die von folgenden Funktionen die 1. Ableitung und die 2. Ableitung.

a) $f(x) = 3x^6 - 5x^3 - 5x$
b) $f(x) = -27x^{10} + 33x^{18} - 2x$
c) $f(x) = 2x^7 - 0{,}25x^8 + 6x^5 - 3x^2$

Aufgabe 2
Bestimmen Sie mit von folgenden Funktionen die Extrem- und Wendepunkte.

a) $f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 3x - 1$ HP (-0,81/1,27) TP (0,31/-1,52) WP (-0,25/-0,13)
b) $f(x) = x^3 + 6x^2 + 8x - 1$ HP (-3,15/2,08) TP (-0,85/-4,08) WP (-2/-1)

Aufgabe 3
Ein Unternehmen plant mit den Gewinnfunktionen G(x). Bestimmen Sie die gewinnmaximale Menge und den maximalen Gewinn.

a) $G(x) = -0{,}25x^3 + 12x - 12{,}5$ gewinnmaximale Menge:4,12 ME maximaler Gewinn:20,76 GE
b) $G(x) = -2x^3 + 25x^2 + 8x - 15$ gewinnmaximale Menge:8,49 ME maximaler Gewinn:631 GE

~~**Aufgabe 4**~~
~~Bestimmen Sie für die Funktion $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 3$ die Tangentensteigungen und~~ die Krümmungen an den Stellen ~~$x = -2$, $x = 0$ und $x = 2$~~

~~**Aufgabe 5**~~
~~Begründen Sie, warum die Funktion $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ keinen Extrempunkt~~ besitzt.

Aufgabe 6
Bestimmen Sie für die folgenden Kostenfunktionen den Wendepunkt sowie das Betriebsminimum (x_{BM}) und die kurzfristige Preisuntergrenze.

a) $K(x) = x^3 - 6x^2 + 15x + 32$ WP (2/46) x_{BM}=3 ME KPU = 6 GE/ME
b) $K(x) = 0{,}5x^3 - 45x^2 + 1450x + 54000$ WP (30/16500) x_{BM}=45 ME KPU = 437,5GE/ME
c) $K(x) = x^3 - 12x^2 + 50x + 800$ WP (4/872) x_{BM}=6 ME KPU = 14 GE/ME

Aufgabe 7
Erläutern Sie die ökonomische Bedeutung des Wendepunktes der Kostenfunktion.

~~**Aufgabe 8**~~
~~Erläutern Sie die Begriffe Betriebsminimum und kurzfristige Preisuntergrenze.~~

1a) $f'(x) = 18x^5 - 15x^2 - 5$

$f''(x) = 90x^4 - 30x$

b) $f'(x) = -270x^9 + 594x^{17} - 2$

$f''(x) = -2430x^8 + 10098x^{16}$

c) $f'(x) = 14x^6 - 2x^7 + 30x^4 - 6x$

$f''(x) = 84x^5 - 14x^6 + 120x^3 - 6$

6a + 7

$K(x) = x^3 - 6x^2 + 15x + 32$ gesucht ist der Wendepunkt

Ableitungen: $K'(x) = 3x^2 - 12x + 15$

$K''(x) = 6x - 12$

$K'''(x) = 6$

Notwendige Bedingung für WP: $K''(x) = 0$

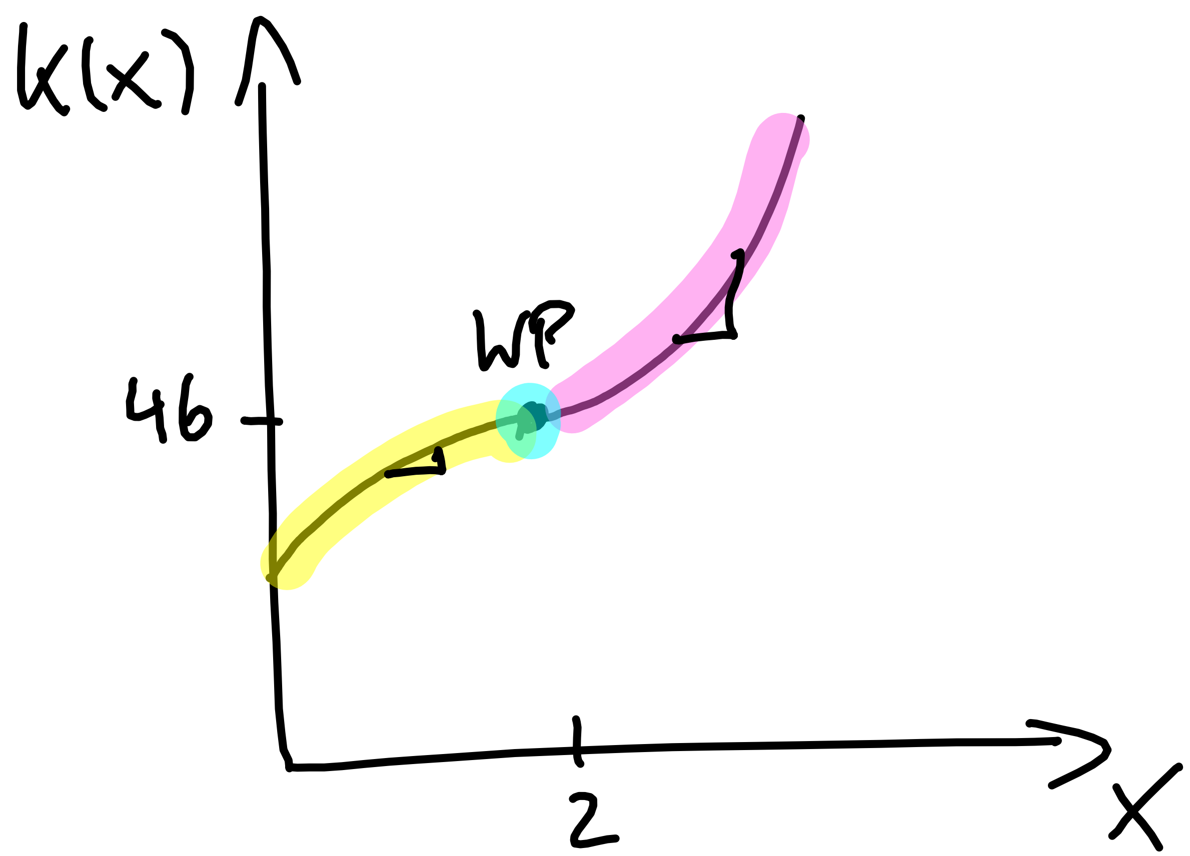
$\Leftrightarrow \quad 6x - 12 = 0 \quad | +12 \quad \Leftrightarrow \quad 6x = 12 \quad | :6 \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{x = 2}}$

Hinreichende Bedingung: $K''(x) = 0$ und $K'''(x) \neq 0$ ✓ da $K'''(x) = 6 \neq 0$

Hinweis: Bei Funktionen dritten Grades (hoch 3) ist die hinreichende Bedingung immer erfüllt!

y-Wert: Einsetzen von $x = 2$ in $K(x)$ $\quad K(2) = 2^3 - 6 \cdot 2^2 + 15 \cdot 2 + 32 = 46 \quad WP(2 \mid 46)$

Skizze der Kostenfunktion



Rechtskurve $K''(x) < 0$

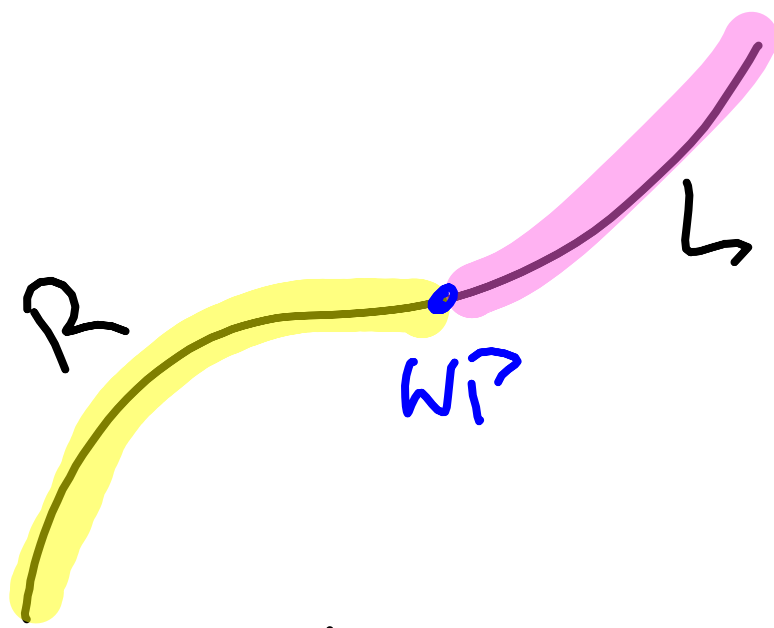
Linkskurve $K''(x) > 0$

WP: Wechsel von Rechtskurve zur Linkskurve

$\Downarrow$

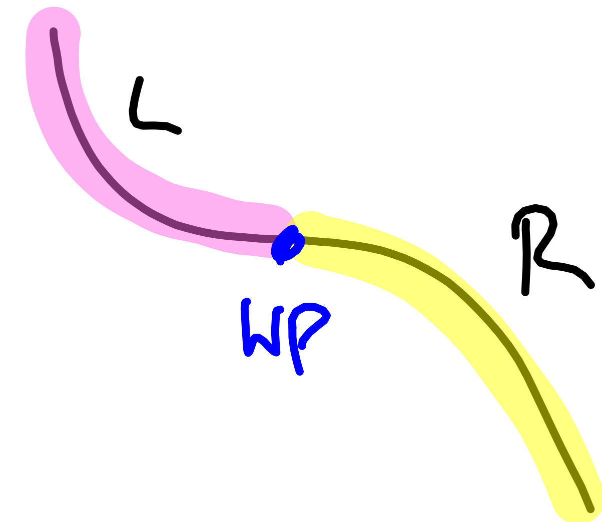
$K''(x) = 0$

7) Im Wendepunkt der Kostenfunktion wechseln die Kostensteigerungen von degressiv zu progressiv.



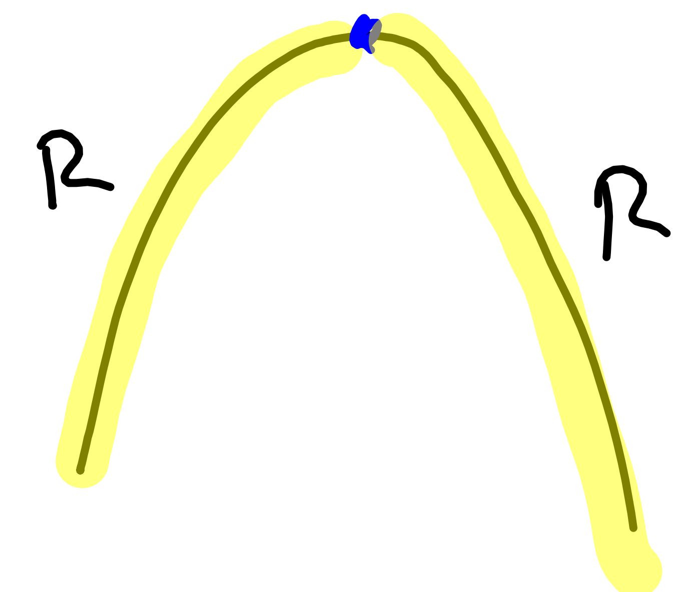
$k''(x)=0$

$k'''(x)>0$



$k''(x)=0$

$k'''(x)<0$



- $k''(x)=0$

  $k'''(x)=0$
- ist kein WP, weil die Kurve nicht wechselt

Die hinreichende Bedingung für einen WP prüft, ob ein Wechsel der Kurve stattfindet.