

## Differentialquotient und Ableitungen

**Erinnerung:** Wir haben vor den Ferien durchschnittliche Steigungen für Fahrradstrecken mit Hilfe des Differenzenquotienten untersucht.

WHB11c, 16.02.22

Die mittlere Änderungsrate (S. 205)  
 („durchschnittliche Steigung“)

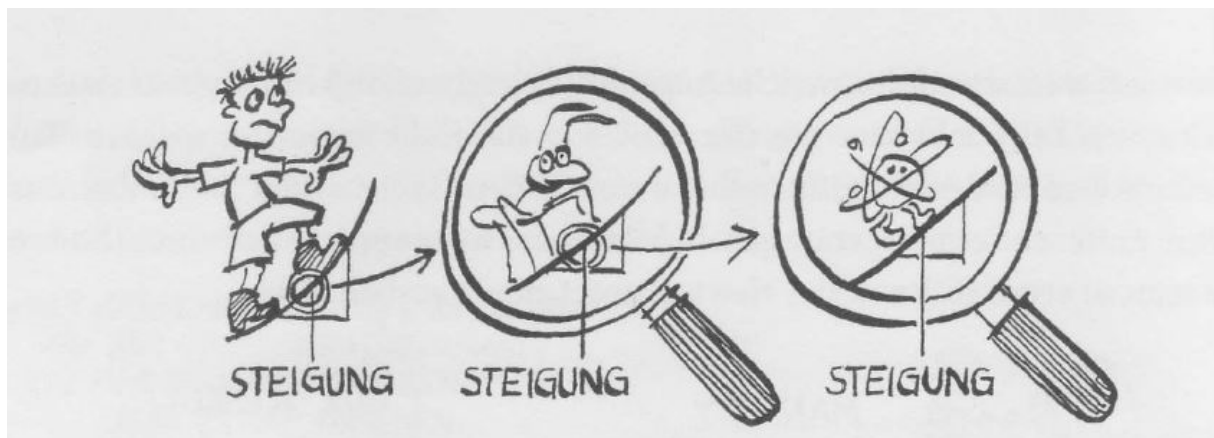
Skizze  
 $f(x)$   
 $f(x) - f(x_0)$   
 $\Delta(x)$

Die mittlere Änderungsrate von der Funktion  $f$  (Steigung der roten Geraden) wird mit  $m_s$  bezeichnet und es gilt  $m_s = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

Das ist die Steigung der Geraden durch die Punkte  $(x_0 | f(x_0))$  und  $(x | f(x))$ .  
 (vorher: Steigungsdreieck  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ )

Der Bruch  $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$  wird als Differenzenquotient bezeichnet und  $m_s$  steht für Steigung einer Sekante.

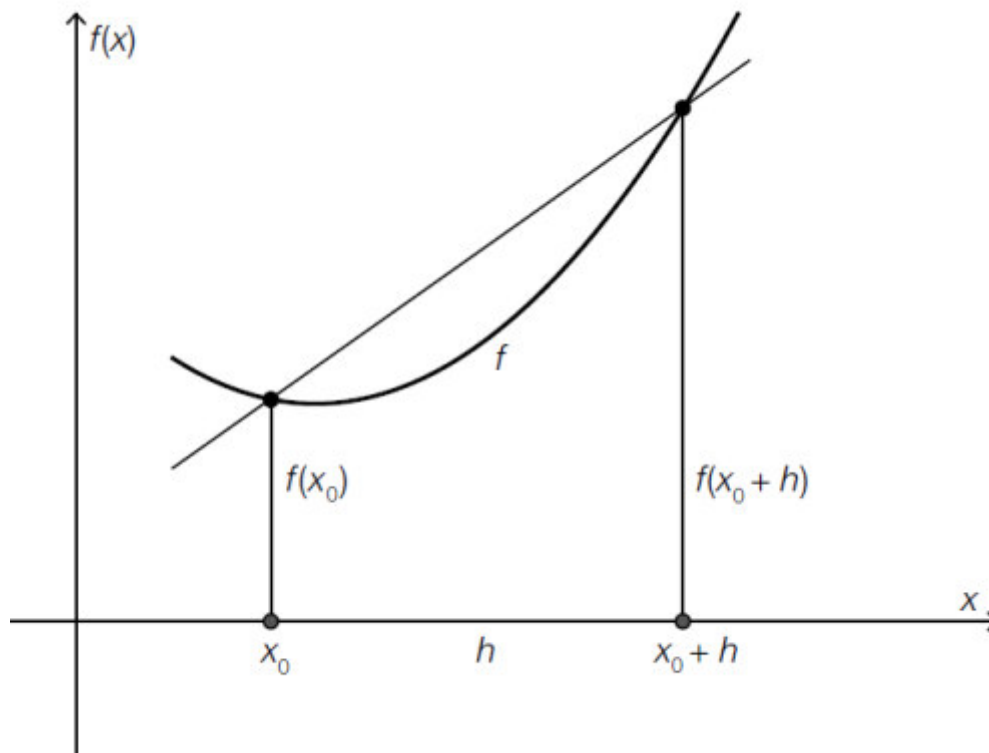
Um herauszufinden wie groß die Steigung an einer bestimmten Stelle ist, müssen wir die beiden Punkten näher zusammenschieben und theoretisch sogar aufeinander, so dass kein Abstand mehr zwischen den beiden Punkten besteht.



Das Problem ist nur, wenn wir die Punkt aufeinander schieben, dann gibt es nur noch einen Punkt und der Nenner in dem Bruch  $m_s = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$  ist gleich Null und durch 0 darf man nicht dividieren!

Wir lösen das Problem, in dem wir die beiden Punkte unendlich nah aneinander schieben und verwenden eine andere Schreibweise.

Wir nehmen den festen Punkt  $(x_0 / f(x_0))$  und den Abstand  $h$  und schauen was passiert, wenn  $h$  unendlich klein, fast 0, aber nicht genau 0 wird. Diesen Vorgang nennen wir Grenzwertbetrachtung und verwenden den lateinischen Begriff „limes“ für Grenze.



**Schreibweise:**

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{x_0 + h - x_0} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = m_t$$

Im Unterschied zum Differenzenquotienten, der die mittlere Änderungsrate beschreibt, nennt man das Ergebnis „Differentialquotient“ und dieser beschreibt die lokale Änderungsrate.

