



WHB11 - Mathematik

Schnittpunkt linearer Kostenfunktionen

Datum:

Die kritische Menge

Den x-Wert des Schnittpunktes zweier linearer Kostenfunktionen nennt man kritische Menge.

Skizze:

Allgemein gilt:

Die Alternative mit den geringeren _____ ist bei einer Menge, die kleiner als die kritische Menge ist, günstiger. Bei einer Menge, die größer ist als die kritische Menge, ist die Alternative mit den geringeren _____ günstiger. Bei der _____ sind die Kosten bei beiden Alternativen _____.

Beispielrechnung

$$K_1(x) = 0,25 \cdot x + 150 \text{ und } K_2(x) = 0,30 \cdot x + 100$$

Berechnung des Schnittpunktes

$$K_1(x) = K_2(x) \Leftrightarrow 0,25 \cdot x + 150 = 0,30 \cdot x + 100 \quad | -0,25 \cdot x \Leftrightarrow 150 = 0,05 \cdot x + 100 \quad | -100$$

$$\Leftrightarrow 50 = 0,05 \cdot x \quad | :0,05 \Leftrightarrow 1\,000 = x \quad \text{Die kritische Menge liegt bei } x = 1000$$

Einsetzen in $K_1(x)$ und/oder $K_2(x)$:

$$K_1(1000) = 0,25 \cdot 1000 + 150 = 400$$

$$K_2(1000) = 0,30 \cdot 1000 + 100 = 400$$

S (1000/400)

Skizze

Bei einer Menge von weniger als $x = 1000$ ist die Variante der Kostenfunktion $K_2(x)$ günstiger wegen der geringeren Fixkosten. Bei einer Menge von mehr als $x = 1000$ ist die Variante der Kostenfunktion $K_1(x)$ wegen der geringeren variablen Stückkosten günstiger. Bei einer Menge von genau $x = 1000$ verursachen beide Variante gleich hohe Kosten.

**Schnittpunkt linearer Kostenfunktionen****Übungsaufgaben****Aufgabe 1:**

Ein Unternehmen kann bei der Herstellung eines Produktes für einen bestimmten Produktionsabschnitt zwei alternative Maschinen einsetzen. Für beide Maschinen sind die Kosten linear von der produzierten Menge abhängig.

Es gelten folgende Kosten: Maschine 1: variable Stückkosten 1,50 €, fixe Kosten 1.800 €,
Maschine 2: variable Stückkosten 1,10 €, fixe Kosten 2.200 €

- Geben Sie für beide Maschinen die linearen Kostenfunktionen $K_1(x)$ und $K_2(x)$ an.
- Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Kostenfunktionen und geben Sie die kritische Produktionsmenge an.
- Stellen Sie den Sachverhalt in einer Skizze dar und geben Sie an, bei welchen Produktionsmengen Maschine 1 bzw. Maschine 2 günstiger ist.

Aufgabe 2:

Beim Einzug in eine neue Wohnung müssen Sie sich für einen Stromanbieter entscheiden. Zur Auswahl stehen die Anbieter „Stadtwerke“ und „naturstrom“

Es gelten folgende Kosten:

Stadtwerke: Preis pro kWh: 28,00 cent, Grundgebühr 120 € pro Jahr

naturstrom Preis pro kWh: 28,80 cent, Grundgebühr 100 € pro Jahr

- Geben Sie für beide Anbieter die Kostenfunktionen $K_S(x)$ und $K_N(x)$ an. Achten Sie darauf, dass Sie die Cent-Werte in Euro umrechnen.
- Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Kostenfunktionen und geben Sie die kritische Verbrauchsmenge an.
- Stellen Sie den Sachverhalt in einer Skizze dar und geben Sie an, bei welchen Verbrauchsmengen die Stadtwerke bzw. naturstrom günstiger ist.

Aufgabe 3:

Die Kosten für einen Leihwagen betragen 1,20 € je km. In den 1,20 € sind sämtliche Kosten enthalten, also Benzin, Versicherung, Steuer etc... Ein entsprechendes eigenes Auto würde jährlich 7.000 € fixer Kosten (Steuern, Abschreibung, Wartung etc...) und einem Benzinverbrauch von 7 Litern pro 100 km verursachen. Ein Liter Benzin kostet im Schnitt 1,60 €.

- Stellen Sie für beide Fahrzeuge die linearen Kostenfunktionen in Abhängigkeit der gefahrenen Kilometer auf.
- Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Kostenfunktionen und geben Sie die kritische Menge an.
- Stellen Sie den Sachverhalt in einer Skizze dar und geben Sie an, bei welchen km-Zahlen pro Jahr ein Leihwagen bzw. ein eigenes Auto günstiger ist.