

Übung Finanzmathematik

Zinsseszinsformel: Anlage eines Kapitals K_0 für n Jahre zu $p\%$ p.a.

$$K_n = K_0 \cdot (1+p)^n = K_0 \cdot q^n$$

Bei Zinszahlungen innerhalb eines Jahres (z.B. monatlich) wird n durch die Anzahl der Zinsperioden ersetzt (z.B. $m=12$)
($=m$)

Bsp: $K_0 = 10000 \text{ €}$, $p = 0,01\%$ pro Monat für 4 Jahre!

Kapital nach 4 Jahren: $K_4 = K_{48} = K_0 \cdot q^m = 10000 \text{ €} \cdot 1,0001^{48} = 10048,11 \text{ €}$

$= 1 + 0,01\%$
 $= 1 + 0,0001$

Effektivzins: Zins für Zahlungen innerhalb eines Jahres, hochgerechnet auf 1 Jahr

Bsp: 1% pro Monat $\Rightarrow P_{\text{eff}} = (1 + 0,01)^{12} \cdot 100 - 100$

$$= 1,126825 \cdot 100 - 100$$

$$= 112,6825 - 100$$

$$= 12,6825 \%$$

0,25% pro Quartal $\Rightarrow P_{\text{eff}} = (1 + 0,0025)^4 \cdot 100 - 100$

$$= 1,010037 \cdot 100 - 100$$

$$= 101,0037 - 100$$

$$= 1,0037 \%$$

2% pro Halbjahr: $P_{\text{eff}} = 1,02^2 \cdot 100 - 100$
 $= 4,04 \%$

$$q = 1,062 \Rightarrow p = 6,2 \%$$

$$q = 1,03 \Rightarrow p = 3 \%$$

Annuitätendarlehen

↳ Berechnung der Annuität

↳ bei fester Laufzeit \rightarrow Formel angelesen

↳ bei Anfangstilgung $i\%$. $\Rightarrow A = K_0 \cdot \frac{(p+i)}{100}$

Situation:

Das Schaufenster eines Buchhändlers soll neu gestaltet werden. Die Chefin Frau Buchmann möchte dazu 16 Bücher ausstellen. Zur Auswahl stehen zwölf Neuerscheinungen aus dem Bereich Kinder- und Jugendliteratur, die 15 Titel der aktuellen Bestsellerliste Belletristik und acht Bestseller aus der Kategorie Sachbuch.

- a) Berechnen Sie, wie viele verschiedene Möglichkeiten Frau Buchmann hat, aus der Auswahl 16 Bücher für das Schaufenster auszusuchen?
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit mit der bei einer zufälligen Auswahl die Hälfte der ausgewählten Bücher
 1. Kinder- und Jugendbücher sind
 2. Bestseller Belletristik sind
 3. Bestseller Sachbuch sind.
- c) Ermitteln Sie, wie sich die Anzahl der Möglichkeiten ändert, wenn auf jeden Fall aus jedem der drei Bereiche mindestens vier Bücher ausgestellt werden sollen.
- d) Nach der Auswahl der 16 Bücher geht es um die Anordnung im Schaufenster. Links sollen die fünf ausgewählten Kinder- und Jugendbücher stehen, in der Mitte die sieben ausgewählten Belletristik-Bestseller und rechts die vier ausgewählten Sachbuch-Bestseller. Berechnen Sie die Anzahl der möglichen Anordnungen.
- e) Ermitteln Sie die Anzahl der möglichen Anordnungen, wenn es keine Vorgaben hinsichtlich der Position im Schaufenster gibt.

a) $n = 35 (= 12 + 15 + 8)$
 \Rightarrow ohne Zurücklegen \rightarrow Reihenfolge nicht wichtig
 \Rightarrow 16
 $\Rightarrow \binom{35}{16} = 4\,059\,928\,950$ Möglichkeiten

\rightarrow „Lotto-Formel“
 $P(8 \text{ Kinderbücher}) = \frac{\binom{12}{8} \cdot \binom{23}{8}}{\binom{35}{16}} = 0,0598$

TR: $12 nCr 8 \cdot 23 nCr 8 : 35 nCr 16 =$

oder $\frac{12 nCr 8 \cdot 23 nCr 8}{35 nCr 16}$

$\frac{\binom{15}{8} \cdot \binom{20}{8}}{\binom{35}{16}} = 19,97\%$

$\frac{\binom{8}{8} \cdot \binom{27}{8}}{\binom{35}{16}} = 0,055\%$

Lösungen:

Für a) $\binom{35}{16} = 4.059.928.950$ Möglichkeiten.

Für b1) 5,98% für b2) 19,97% für b3) 0,055%

Für c) $\binom{12}{4} \cdot \binom{15}{4} \cdot \binom{8}{4} \cdot \binom{23}{4} = 418.817.148.750$

Für d) $5! \cdot 7! \cdot 4! = 14.515.200$

Für e) $16! = 20.922.789.888.000$

c) Ermitteln Sie, wie sich die Anzahl der Möglichkeiten ändert, wenn auf jeden Fall aus jedem der drei Bereiche mindestens vier Bücher ausgestellt werden sollen.

d) Nach der Auswahl der 16 Bücher geht es um die Anordnung im Schaufenster. Links sollen die fünf ausgewählten Kinder- und Jugendbücher stehen, in der Mitte die sieben ausgewählten Belletristik-Bestseller und rechts die vier ausgewählten Sachbuch-Bestseller. Berechnen Sie die Anzahl der möglichen Anordnungen.

e) Ermitteln Sie die Anzahl der möglichen Anordnungen, wenn es keine Vorgaben hinsichtlich der Position im Schaufenster gibt.

$$\rightarrow \binom{12}{4} \cdot \binom{15}{4} \cdot \binom{8}{4} \cdot \binom{23}{4}$$

$$\rightarrow 5! \cdot 7! \cdot 4! = 14\ 515\ 200$$

KuJ DB SB

$$\downarrow$$

$$16!$$

Lösungen:

Für a) $\binom{35}{16} = 4.059.928.950$ Möglichkeiten.

Für b1) 5,98% für b2) 19,97% für b3) 0,055%

Für c) $\binom{12}{4} \cdot \binom{15}{4} \cdot \binom{8}{4} \cdot \binom{23}{4} = 418.817.148.750$

Für d) $5! \cdot 7! \cdot 4! = 14.515.200$

Für e) $16! = 20.922.789.888.000$

$$4! = 24$$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | |
| A | B | D | C | |
| A | C | B | D | ⋮ |
| A | C | D | B | ⋮ |
| A | D | B | C | |
| A | D | C | B | |