Aufgabe 1 (Baumdiagramm und binomialverteilte Zufallsvariable)

Ein Hersteller von Fußballtrikots kontrolliert seine Produkte vor der Auslieferung auf die Qualität der Nähte und auf die Farbtreue. Bisher wurde bei der unabhängigen Kontrolle beobachtet, dass 5% der Trikots fehlerhafte Nähte haben und dass in 12,6% der Fälle mindestens einer der beiden Fehler aufgetreten ist.

a) Stellen Sie den Sachverhalt mit Hilfe eines vollständigen Baumdiagramms dar.
b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten, dass
   a. die Farbtreue fehlerhaft ist,
   b. die Farbtreue und die Nähte fehlerhaft sind.
c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass man bei einer Produktion von 10 Trikots mindestens ein fehlerhaftes Trikot findet.
d) In der vergangenen Woche wurden 105 Trikots produziert. Ermitteln Sie die Anzahl der zu erwartenden fehlerhaften Trikots.

Aufgabe 2 (Binomialverteilte Zufallsvariable)

Der Hersteller von Fußballtrikots stellt ebenfalls Basecaps her. Aus Erfahrung weiß man, dass etwa 5% der verkauften Basecaps defekt sind. Das Unternehmen möchte die Anzahl der zu erwartenden Reklamationen je 100 verkaufter Basecaps analysieren.

a) Definieren Sie eine geeignete Zufallsvariable für diese Analyse und geben Sie die Verteilung an.
b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
   a. A: „Es gibt höchstens 2 Reklamationen.“
   b. B: „Es gibt weniger als 4 Reklamationen.“
   c. C: „Es gibt mehr als 7 Reklamationen.
   d. D: „Es gibt keine Reklamation.“

Aufgabe 3 (Kombinatorische Abzählverfahren)

Im Schaufenster eines Sportartikelhändlers können 7 verschiedene Modelle von Fußballtrikots ausgestellt werden.

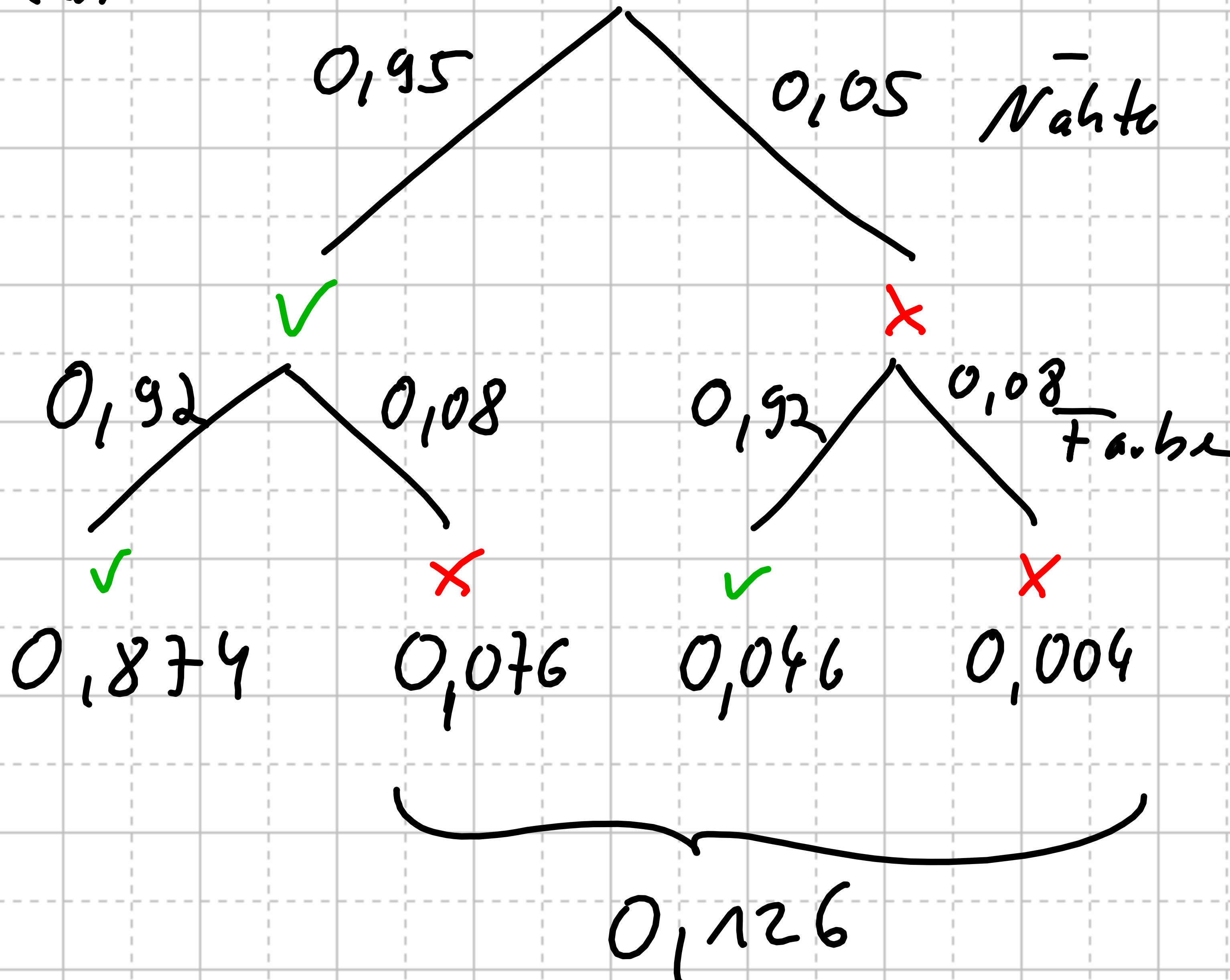
a) Die sieben Modelle können aus 16 verschiedenen Modellen ausgewählt werden. Ermitteln Sie die Anzahl der möglichen Kombinationen, wenn zufällig sieben Modelle ausgewählt werden.

b) Acht der 16 Trikots haben eine blaue Grundfarbe. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer zufälligen Auswahl der 7 Ausstellungsstücke, genau 4 davon blau sind.

c) Nach der Auswahl der sieben Trikots, die ausgestellt werden sollen, müssen diese nun angeordnet werden. Berechnen Sie die Anzahl der möglichen Anordnungen.

d) Nur zwei Trikots der ausgewählten Trikots sind gelb. Berechnen Sie die Anzahl der Möglichkeiten, wenn diese beiden ganz außen (nicht so gut sichtbar) platziert werden.

1a)



b) P(Farbtreue fehlerhaft) = 0,08

P(Farbtreue und Nähte fehlerhaft) = 0,004

c) X: Anzahl fehlerhafter Trikots

$X \sim B(10;\ 0{,}126)$

$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$

$= 1 - B(10;\ 0{,}126;\ 0)$

$= 1 - \binom{10}{0} \cdot 0{,}126^0 \cdot 0{,}874^{10}$

$= 0{,}7399$

d) $\boxed{E(X) = n \cdot p} = 105 \cdot 0{,}126$

$= 13{,}23$

Es sind 13,23 fehlerhafte Trikots zu erwarten.

2) a) X : Anzahl der defekten Basecaps

$X \sim B(100\,;\,0{,}05)$

b) a $P(X \leq 2) = F(100; 0{,}05; 2) = 0{,}1183$

höchstens

b $P(X < 4) = P(X \leq 3) = F(100; 0{,}05; 3) = 0{,}2578$

c) $P(X > 7) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - F(100; 0{,}05, 7)$

$= 1 - 0{,}872$

$= 0{,}128$

d. $P(X = 0) = F(100; 0{,}05, 0) = 0{,}0059$

3) a) $n = 16$; $k = 7$

→ ohne Zurücklegen
→ ohne Berücksichtigung der Reihenfolge

} Kombination ohne Wiederholung $\binom{n}{k}$

$$\binom{16}{7} = 11.440$$

b) $$P(4 \text{ blaue Trikots}) = \frac{\binom{8}{4} \cdot \binom{8}{3}}{\binom{16}{7}} = \frac{70 \cdot 56}{11.440} = 0{,}3427$$

c) $7! = 5040$

d) 1 • • • • • 2 $= 2 \cdot 5! = 2 \cdot 120 = 240$