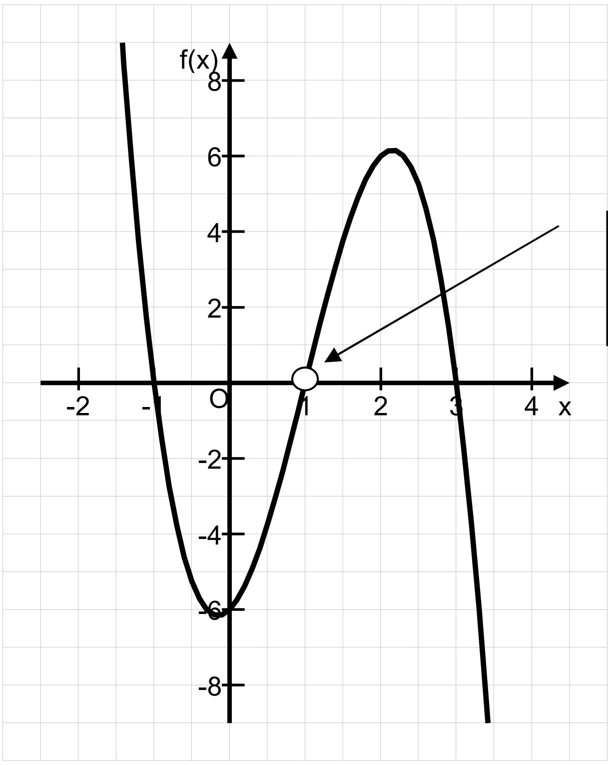
	WHB12 – Mathematik **Thema: Wendepunkte** **(auch in ökonomischen Anwendungen)**	Datum:

Das besondere an Wendepunkten ist die Tatsache, dass in diesen Punkten das Krümmungsverhalten einer Funktion wechselt und zwar von links nach rechts oder rechts nach links.



Krümmung wechselt von links (vor dem Wendepunkt) nach rechts (nach dem Wendepunkt)

Praktische Anwendung:

Bei den ökonomischen Anwendungen geht es darum, die Stelle oder die Stellen eines Graphen herauszufinden, wo keine Krümmung vorliegt. Denn dort könnte der Graph einen Wendepunkt haben. Man muss also die 2. Ableitung gleich 0 setzen, um diese Stellen herauszufinden. Diese Gleichung nennt man „Notwendige Bedingung für einen Wendepunkt".

Notwendige Bedingung für einen Wendepunkteiner Funktion f(x): **$f''(x) = 0$**

Hinweis 1: Wenn man einen Wendepunkt z.B. von einer Kostenfunktion K(x) sucht, so lautet die notwendige Bedingung natürlich $K''(x) = 0$. Achten Sie auf den Buchstaben der Funktion.

Hinweis 2: Bei ökonomischen Anwendungen muss die Lösung dieser Gleichung positiv sein. Ist sie negativ, so müsste man sie als „ökonomisch nicht relevant" ignorieren. Eine negative Lösung kommt aber bei Kostenfunktionen nicht vor, sie müssen also die Rechnung überprüfen.

Berufskolleg Castrop-Rauxel BKCR	WHB12 – Mathematik **Thema: Wendepunkte** **(auch in ökonomischen Anwendungen)**	Datum:

Berechnung von Wendeunkten einer Funktion f(x)

1. Schritt: Die ersten drei Ableitungen $f'(x)$, $f''(x)$ und $f'''(x)$ bestimmen.

2. Schritt: Die notwendige Bedingung $f''(x) = 0$ durch Lösen der Gleichung überprüfen, die Ergebnisse nennt man „mögliche Wendestelle(n)".

3. Schritt: Die Ergebnisse aus dem 2. Schritt einsetzen in die 3. Ableitung, um zu überprüfen, ob ein Krümmungswechsel stattfindet. Dazu muss die 3. Ableitung ungleich Null sein. Welche Art von Wechsel vorliegt ist aber meistens nicht von Bedeutung und wird hier nur der Vollständigkeit halber erwähnt.

Hinreichende Bedingung für einen Wendepunkt einer Funktion f(x): **$f''(x) = 0$ und $f'''(x) \neq 0$**

- **$f''(x) = 0$ und $f'''(x) < 0$ bedeutet Wechsel von links nach rechts**
- **$f''(x) = 0$ und $f'''(x) > 0$ bedeutet Wechsel von rechts nach links**

4. Schritt: y-Wert ermitteln: die Lösungen der Gleichung $f''(x) = 0$ (Ergebnisse aus dem 2. Schritt) werden in die Funktion f(x) eingesetzt.

5. Schritt: Angabe der Wendepunkte mit beiden Koordinaten und ggf. Antwortsatz.

Hinweis 3: Wenn man einen Wendepunkt von einer ertragsgesetzlichen Kostenfunktion K(x) sucht, so liegt dort ein Wechsel von rechts nach links vor, die dritte Ableitung sollte also positiv sein.

Hinweis 4: Beim Wendepunkt einer ertragsgesetzlichen Kostenfunktion wechselt das Kostenänderungsverhalten von degressiv zu progressiv.

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie für die folgenden ertragsgesetzlichen Kostenfunktionen K(x) jeweils rechnerisch den Übergang vom degressiven zum progressiven Wachstum, indem Sie den Wendepunkt berechnen.

1)	$K(x) = 0{,}1x^3 - 1{,}2x^2 + 5x + 80$	WP (4/87,2)
2)	$K(x) = 5x^3 - 60x^2 + 250x + 200$	WP (4/560)
3)	$K(x) = 1x^3 - 12x^2 + 60x + 50$	WP (4/162)
4)	$K(x) = x^3 - 10x^2 + 35x + 18$	WP (3,33/60,59)
5)	$K(x) = 0{,}2x^3 - 1{,}8x^2 + 5{,}4x + 5$	WP (3/10,4)

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie von f(x) den Wendepunkt.

a)	$f(x) = 1x^3 + 6x^2 - 36x + 5$	WP (-2/93)
b)	$f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 48x + 1$	WP (1/-51)
c)	$f(x) = -4x^3 + 12x - 6$	WP (0/-6)