



**Zerlegung kubischer Funktionsterme in
linearen und quadratischen Faktor**

Problem: Eine Gleichung wie $-10x^3 + 50x^2 + 0x - 120 = 0$ lösen, da die Gewinnfunktionen aufgrund der ertragsgesetzlichen Kostenfunktionen kubische Funktionen, also Funktionen dritten Grades sind.

Idee: Zerlegung des Funktionsterms in einen linearen Faktor $(x - ??)$ und $(??x^2 + ?x + ?)$

Vorgehen:

1. Eine Lösung durch Ausprobieren finden, zum Beispiel mit dem Taschenrechner oder direkt mit dem Horner-Schema. (Wenn nichts anderes angegeben ist, liegt diese Lösung zwischen $x = 1$ und $x = 5$)
2. Zur gefundenen Lösung den linearen Faktor bilden:
 - $x = 1 \Rightarrow (x - 1)$
 - $x = 2 \Rightarrow (x - 2)$
 - $x = -3 \Rightarrow (x + 3)$ usw...
3. Mit Horner-Schema und der „Trefferzeile mit 0 am Ende“ oder der Polynomdivision die Zerlegung bilden: **(linearer Faktor) · (quadratischer Faktor) = 0**
4. Mit der Zerlegung und Anwendung des Satzes vom Nullprodukt alle Lösungen berechnen.
5. Falls es eine ökonomische Anwendungsaufgabe ist, negative Lösungen als ökonomische nicht relevant streichen und Antwort formulieren



**Zerlegung kubischer Funktionsterme in
linearen und quadratischen Faktor**

Beispiel für Lösung mit Horner-Schema:

Beispiel: Bestimmen Sie die Gewinnzone für einen Anbieter mit der Gewinnfunktion

$G(x) = -10x^3 + 50x^2 + 0x - 120$ Ansatz: $G(x) = 0$

1. Lösungen ausprobieren: $x = 1, x = 2, \text{ usw...}$

- $G(1) = -10 \cdot 1^3 + 50 \cdot 1^2 + 0 \cdot 1 - 120 = -80 \neq 0 \rightarrow$ weiter probieren
- $G(2) = -10 \cdot 2^3 + 50 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2 - 120 = 0$ Treffer!

2. $(x - 2)$ ist der gesuchte lineare Faktor!

3. Mit Horner-Schema und der „Trefferzeile mit 0 am Ende“ oder der Polynomdivision die Zerlegung bilden. Hier mit Horner-Schema:

x	-10 (Zahl vor x^3)	+50 (Zahl vor x^2)	0 (Zahl vor x)	-120 (Zahl ohne x)
	(Zahl wird übernommen)	$-10 \cdot 2 + 50 =$	$30 \cdot 2 + 0 =$	$60 \cdot 2 - 120 =$
x = 2 (damit ist $(x-2)$ der lineare Faktor	↓ -10 (im quadratischen Faktor die Zahl vor x^2)	+30 (im quadratischen Faktor die Zahl vor x)	+60 (im quadratischen Faktor die Zahl ohne x)	0 = G(2) (Treffer)

Zerlegung: $(x - 2) \cdot (-10 x^2 + 30x + 60) = 0$

4. $(x - 2) \cdot (-10 x^2 + 30x + 60) = 0$

Satz vom Nullprodukt $\Leftrightarrow x-2 = 0$ oder $-10 x^2 + 30x + 60 = 0$

$x_1=2$ oder $x_2=4,37$ oder $x_3= -1,37$ (ökonomisch nicht relevant – negative Menge)

5. Gewinnschwelle: $x = 2$ ME (die kleinere der beiden Lösungen)

Gewinngrenze: $x = 4,37$ ME (die größere der beiden Lösungen)

Gewinnzone: $[2 ; 4,37]$ ist der Produktionsmengenbereich, bei dem das Unternehmen Gewinn erzielt.]