



## Analysis: Ökonomische Anwendungen

Datum:

20. Januar 2021

**Steckbrief:** Betriebsoptimum

Funktion: Stückkostenfunktion

$$k(x) = \frac{K(x)}{x} = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \quad ^1$$

Ist: der x-Wert vom TP der Stückkostenfunktion

Berechnung: Notw. Bed. für TP von  $k(x)$ :  $k'(x) = 0$

Hinr. Bed. für TP von  $k(x)$ :  $k'(x) = 0 \wedge k''(x) > 0$

Bedeutung: Ausbringungsmenge bei der die Stückkosten (Durchschnittskosten) am geringsten sind

Was noch: Einsetzen in  $k(x)$  ergibt die langfristige Preisuntergrenze

Anmerkung 1: Die hinreichende Bedingung für einen TP ist immer erfüllt, das das Betriebsoptimum positiv ist und  $k''(x) = 2a + 2d/x^3 > 0$  für alle  $x > 0$  gilt.

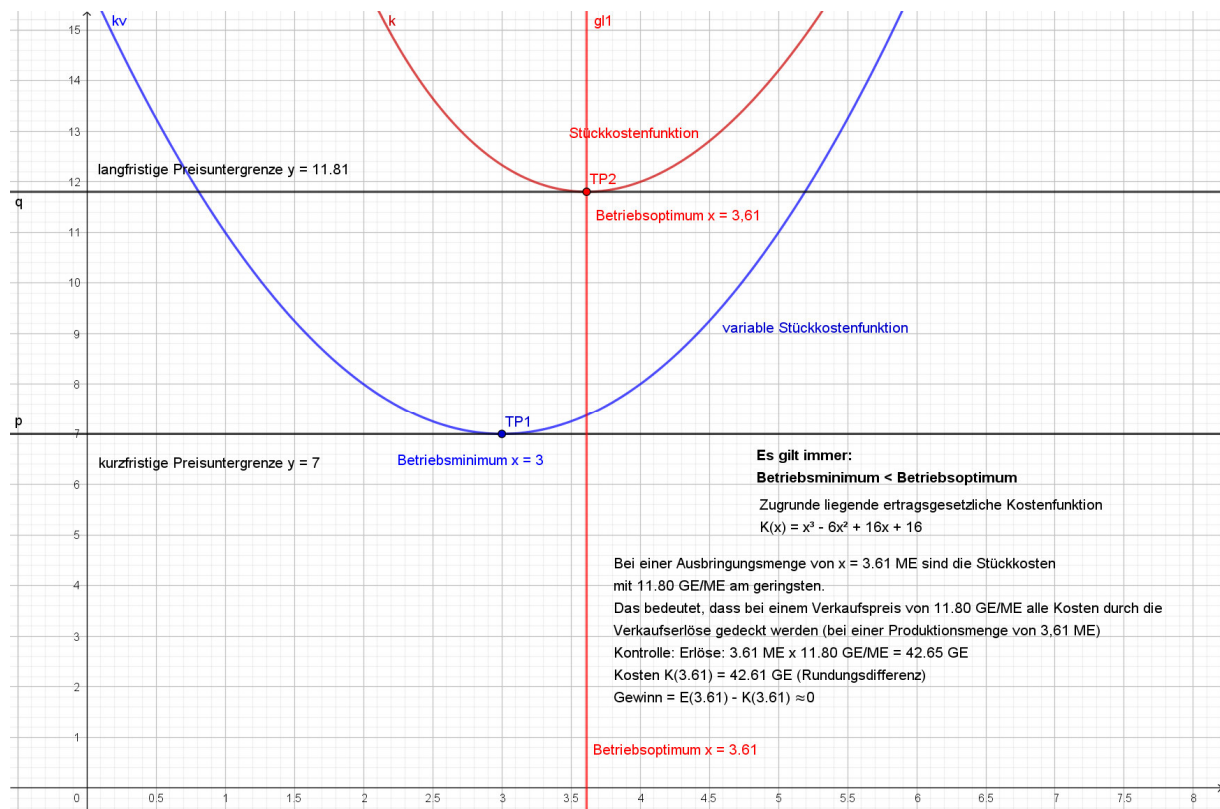
Anmerkung 2: Das Betriebsoptimum ist immer größer als das Betriebsoptimum.

### Ökonomische Bedeutung:

Wenn genau das Betriebsoptimum produziert wird, so kann diese Menge zu einem Preis in Höhe der LPU verkauft werden. Dadurch werden die alle Kosten gedeckt, aber keine Gewinne erzielt. Es entsteht bei dieser Mengen-/Preis-Kombination ein Gewinn von 0 GE. Das muss langfristig als Mindestanforderung gewährleistet sein, wenn beispielsweise ein Mitbewerber ein ähnliches Produkt zu einem günstigen Preis anbietet, so kann man bis zum Preis der LPU anbieten und würde auch langfristig keine Verluste machen. Erstrebenswert ist natürlich ein positiver Stückdeckungsbeitrag um Gewinne zu erzielen.

<sup>1</sup> Ertragsgesetzliche Kostenfunktionen der Form  $K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  vorausgesetzt

Skizze:



Anmerkung 3: Für die Berechnung des Betriebsoptimums benötigt man in der Regel einen CAS- oder GTR-Rechner. Steht dieser nicht zur Verfügung kann man die Nullstelle der 1. Ableitung zum Beispiel mit dem Newton-Verfahren berechnen.



## Analysis: Ökonomische Anwendungen

Datum:

20. Januar 2021

### Übungsaufgaben

#### Aufgabe 1:

Eine Firma fertigt an zwei Standorten A und B ein bestimmtes Produkt an. Dadurch gibt es unterschiedliche Kostenstrukturen:

$$\text{Standort A: } K_A(x) = 0,5x^3 - 20x^2 + 322x + 150$$

$$\text{Standort B: } K_B(x) = x^3 - 30x^2 + 320x + 350$$

Berechnen Sie für beide Standorte das Betriebsoptimum (und als Übung die langfristigen Preisuntergrenzen).

#### Aufgabe 2:

Ein Unternehmen fertigt Produkte auf Grundlage ertragsgesetzlichen Kostenfunktion  $K(x) = 0,25x^3 - 2x^2 + 7x + 40$ . Ein Mitbewerber bietet ein vergleichbares Produkt für 10,00 GE/ME an. Entscheiden Sie, ob Sie langfristig ebenfalls einen Preis von 10,00 GE/ME anbieten können und begründen Sie Ihre Antwort!

#### Aufgabe 3:

Gegeben seien folgende ertragsgesetzliche Kostenfunktionen. Berechnen Sie das Betriebsoptimum und die langfristige Preisuntergrenze.

a)  $K(x) = 2x^3 - 37x^2 + 277x + 438$

b)  $K(x) = x^3 - 12x^2 + 50x + 800$

### Lösungen:

Aufgabe 1: Standort A: Betriebsoptimum  $x = 20,36$  ME und LPU  $y = 129,43$  GE/ME  
Standort B: Betriebsoptimum  $x = 15,71$  ME und LPU  $y = 117,78$  GE/ME

Aufgabe 2: Nein, da die langfristige Preisuntergrenze bei 10,67 GE/ME liegt, wenn eine Ausbringungsmenge von  $x = 6,13$  ME produziert wird. Das Unternehmen könnte also 6,13 ME produzieren und zu einem Preis von 10,67 GE/ME verkaufen und würde keine Verluste erzielen. Bei einem Verkaufspreis unter 10,67 GE/ME, also auch bei  $p = 10,00$  GE/ME würden immer Verluste erzielt werden, da die Stückkosten unter den gegebenen Bedingungen nicht unter 10,67 sinken können.

Aufgabe 3: 3a) Betriebsoptimum  $x = 10,29$  ME und LPU  $y = 150,60$  GE/ME  
3b) Betriebsoptimum  $x = 10$  ME und LPU  $y = 110$  GE/ME