



Analysis: Ökonomische Anwendungen

Datum:

20. Januar 2021

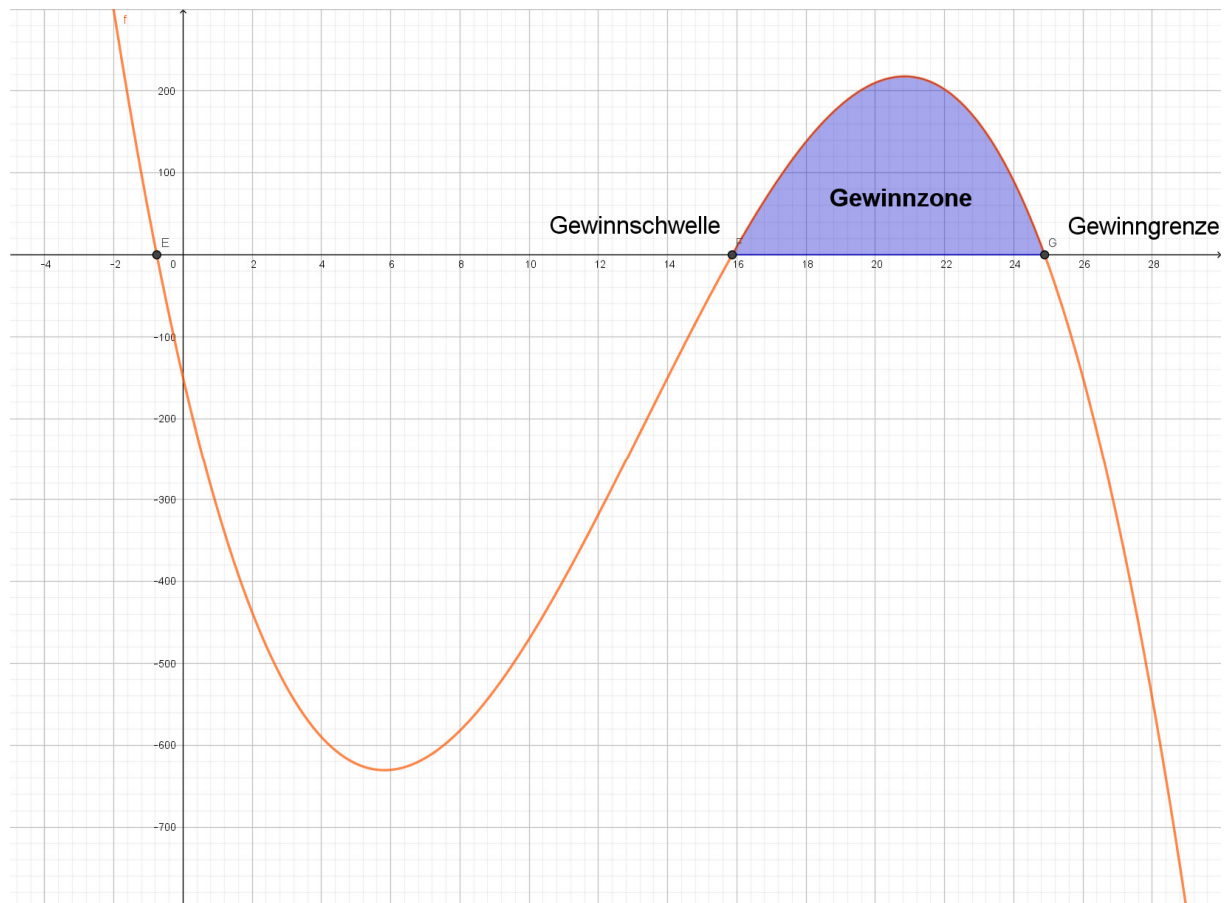
- Steckbrief:** Gewinnzone
- Funktion: Gewinnfunktion
- $$G(x) = E(x) - (K(x)) \text{ } ^1$$
- Ist: der Bereich zwischen Gewinnschwelle und Gewinngrenze
- Berechnung: $G(x) = 0$
- Bedeutung: Bereich zwischen Gewinnschwelle und Gewinngrenze
- Was noch: Gewinnschwelle und Gewinngrenze sind Nullstellen der Gewinnfunktion und sind, damit sie ökonomische Relevanz haben, immer positiv.
- Anmerkung 1: Die Lösung der Gleichung liefert in der Regel zwei positive Nullstelle und eine negative Nullstelle von $G(x)$, die negative wird als ökonomisch nicht relevant ignoriert und von den übrig bleibenden Lösungen ist die Gewinnschwelle die kleinere.
- Anmerkung 2: Ohne CAS- oder GTR-Rechner ist man auf eine ganzzahlige Nullstelle, die man erraten oder ablesen kann, angewiesen, um mit dem Horner-Schema oder der Polynomdivision das kubische Polynom in einen linearen und einen quadratischen Faktor zu zerlegen. Dann kann mit dem Satz von Nullprodukt und der pq-Formel oder der quadratischen Ergänzung die 2. und 3. Nullstelle ermittelt werden.

Ökonomische Bedeutung:

Die Produktionsmenge eines Unternehmens sollte immer innerhalb der Gewinnzone liegen.

¹ Ertragsgesetzliche Kostenfunktionen der Form $K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ vorausgesetzt

Skizze (für ganzrationale Gewinnfunktion)



Anmerkung 3: Die gewinnmaximale Menge liegt innerhalb der Gewinnzone zwischen Gewinnschwelle und Gewinngrenze.



Analysis: Ökonomische Anwendungen

Datum:
20. Januar 2021

Übungsaufgaben

Aufgabe 1: (Buch S. 623, Nr. 2b)

Die Global-GmbH ermittelt für die Gewinnfunktion den Term $G(x) = -x^3 + 12x^2 - 19,5x - 50$. Berechnen Sie die Gewinnzone.

Aufgabe 2:

Eine Firma erforscht Herstellung von Kunststoffen mithilfe von CO_2 . Die Forscher sehen CO_2 als preisgünstigen Rohstoff in der Herstellung von Polycarbonat-Kunststoffen, der teurere Ausgangsstoffe ersetzen kann. Hieraus ergäbe sich eine Änderung der Kosten- und Erlössituation. Die Gewinnsituation ließe sich dann durch die Funktion G mit $G(x) = (-x^2 + 10x - 16) \cdot e^{0,2x}$, $x \geq 0$ beschreiben.

- Berechnen Sie die Gewinnschwelle und die Gewinngrenze.
- Berechnen Sie die gewinnmaximale Ausbringungsmenge sowie den maximalen Gewinn.

Aufgabe 3: (Abitur GK CAS 2017)

Die Rasolux GmbH produziert und vermarktet ein großes Sortiment an Gartengeräten und -maschinen. Darunter ist der Aufsitzmäher Goliath. Da Rasolux viele Mitbewerber hat, muss die GmbH als Polypolist ihre Kosten-, Erlös- und Gewinnsituation aufmerksam verfolgen.

Gehen Sie im weiteren Verlauf von folgender Gesamtkostenfunktion K mit $K(x) = 10x^3 - 240x^2 + 1920x + 7.840$, $x \in \mathbb{R}$, $0 \leq x \leq 25$ aus. Dabei gibt x die Produktionsmenge in ME und $K(x)$ die Gesamtkosten in GE an.

Der Preis des Aufsitzmähers Goliath ist konstant. Bei 7 produzierten Mengeneinheiten tritt die Rasolux GmbH in die Gewinnzone ein.

- Berechnen Sie den Preis des Aufsitzmähers Goliath.
- Prüfen Sie die folgende Behauptung bei einem Preis von 1.850 GE / ME.
„Die Gewinnzone besitzt eine Breite von ca. 15 ME.“

Lösungen:

Aufgabe 1: Gewinnschwelle: $x = 4$, Gewinngrenze $x = 9,34$ und Gewinnzone $[4;9,34]$

Aufgabe 2: a) Gewinnschwelle: $x = 2$, Gewinngrenze $x = 8$ und Gewinnzone $[2;8]$
b) gewinnmaximale Menge: $x = 5,83$ ME und maximaler Gewinn: 26,67 GE

Aufgabe 3: 3a) $p = 1.850$
3b) Gewinnzone $[7;22,07]$ => Aussage stimmt.