



## Analysis: Ökonomische Anwendungen

Datum:

20. Januar 2021

**Steckbrief:** gewinnmaximale Menge

Funktion: Gewinnfunktion

$$G(x) = E(x) - (K(x))^1$$

Ist: der x-Wert vom HP der Gewinnfunktion

Berechnung: Notw. für HP von  $G(x)$ :  $G'(x) = 0$  und

$$\text{Hintr. Bed. für HP von } G(x): G'(x)=0 \wedge G''(x) < 0$$

Bedeutung: Ausbringungsmenge bei der der Gewinn den maximal möglichen Wert annimmt

Was noch: Einsetzen in  $G(x)$  ergibt den maximalen Gewinn

Anmerkung 1: Die gewinnmaximale Menge liegt immer innerhalb der Gewinnzone.

Anmerkung 2: Die gewinnmaximale Menge (x-Wert) bildet zusammen mit dem maximalen Gewinn (y-Wert) das Gewinnmaximum

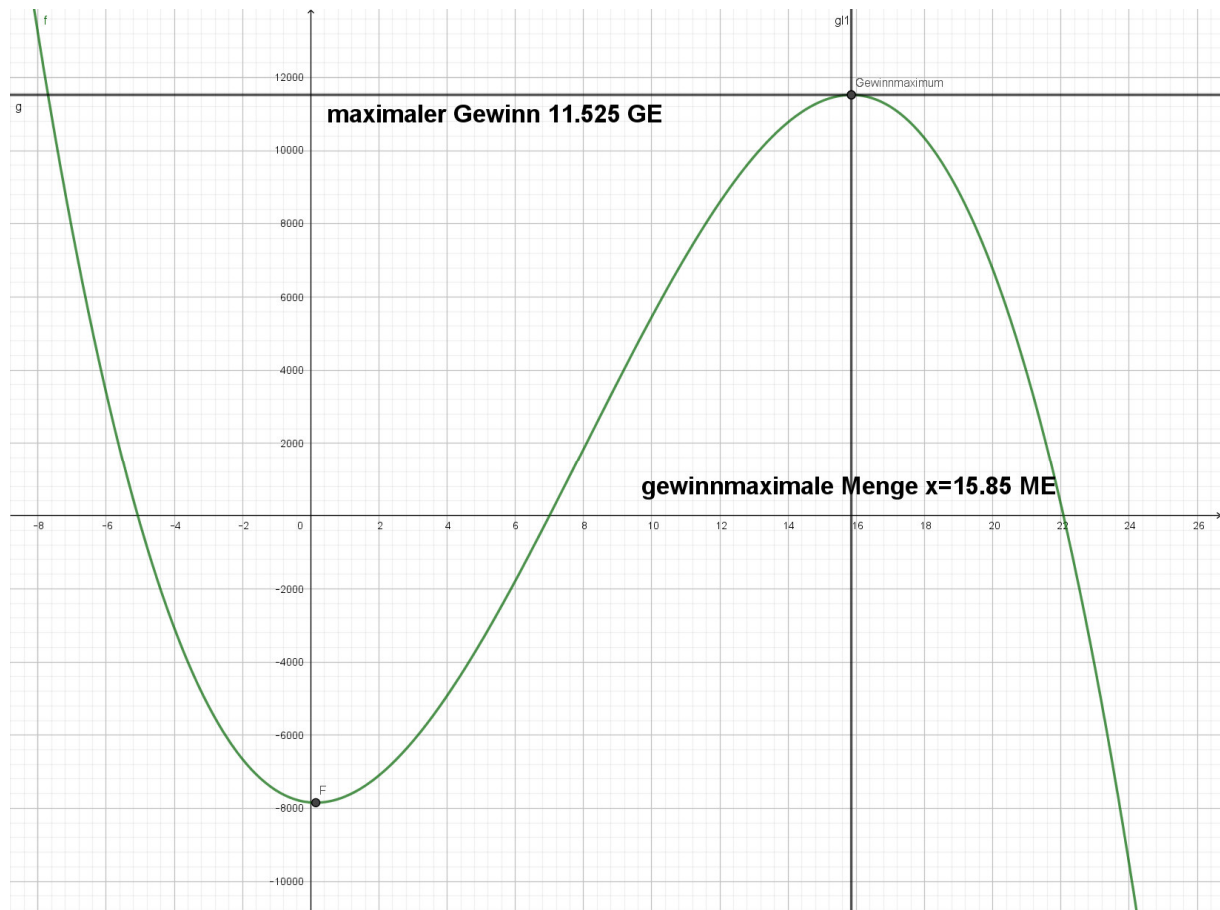
### Ökonomische Bedeutung:

Aufgrund von gegebenen Kosten- und Erlösstrukturen kann mathematisch die Ausbringungsmenge berechnet werden, die für maximalen Gewinn sorgt. Bei Stückzahlen muss gegebenenfalls eine Überprüfung stattfinden, welche Stückzahl optimal ist, wenn es rechnerisch keine natürliche Zahl ergibt, z.B. prüft man  $x = 15,85$  ME den Gewinn für 15 ME und für 16 ME nach und entscheidet dann.

---

<sup>1</sup> Ertragsgesetzliche Kostenfunktionen der Form  $K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  vorausgesetzt

Skizze:





## Analysis: Ökonomische Anwendungen

Datum:

20. Januar 2021

### Übungsaufgaben

#### Aufgabe 1:

Als einer von vielen Anbietern produziert die Bilster Möbel GmbH Holzmöbel aller Art. Hierzu gehören diverse Schrank- und Regalsysteme, Tische und Stühle. In allen Aufgaben gilt: ME = Mengeneinheiten und GE = Geldeinheiten

Die Bilster Möbel GmbH produziert den Computertisch Marseille und bietet diesen zu einem Verkaufspreis von 50 GE / ME an. Die Kapazitätsgrenze für dieses Produkt liegt bei 10 ME. Der Kostenverlauf für die Produktion des Computertisches Marseille wird beschrieben durch eine ertragsgesetzliche Kostenfunktion dritten Grades.

Als Gewinnfunktion wurde  $G(x) = -4x^3 + 16x^2 + 12x - 48$  ermittelt.

- Berechnen Sie den Gewinn, den das Unternehmen maximal erzielen kann.
- Ermitteln Sie diejenigen Produktionsmengen, für die das Unternehmen einen Gewinn von mindestens 10 GE erzielt.

#### Aufgabe 2:

Die CareDisps GmbH stellt Displays für Handys und Tablets sowie diverse Display-Reparatur-Sets her, die über das Internet vertrieben werden. Vor der Markteinführung eines neuen Displays hat die CareDisps GmbH eine Analyse der Kosten- und Absatzentwicklung in Auftrag gegeben. Gehen Sie im weiteren Verlauf von der folgenden ertragsgesetzlichen Gesamtkostenfunktion aus:  $K(x) = 0,1 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 30 \cdot x + 13$

Gegenwärtig plant CareDisps einen Preis von 12,5 GE / ME. Berechnen Sie die Terme der Gewinn- und der Grenzgewinnfunktion und ermitteln Sie die gewinnmaximale Menge und den maximalen Gewinn.

#### Aufgabe 3:

Die Rasolux GmbH produziert und vermarktet ein großes Sortiment an Gartengeräten und -maschinen. Darunter ist der Aufsitzmäher Goliath. Da Rasolux viele Mitbewerber hat, muss die GmbH als Polypolist ihre Kosten-, Erlös- und Gewinnsituation aufmerksam verfolgen.

Gehen Sie im weiteren Verlauf von folgender Gesamtkostenfunktion K mit  $K(x) = 10x^3 - 240x^2 + 1920x + 7.840$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $0 \leq x \leq 25$  aus. Dabei gibt x die Produktionsmenge in ME und K(x) die Gesamtkosten in GE an.

Der Preis des Aufsitzmähers Goliath beträgt 1.850 GE / ME. Berechnen Sie die gewinnmaximale Menge und den maximalen Gewinn.

### Lösungen:

Aufgabe 1: gewinnmaximale Menge:  $x = 3$  ME und maximaler Gewinn: 24 GE

Aufgabe 2: gewinnmaximale Menge:  $x = 16,45$  ME und maximaler Gewinn: 65,78 GE

Aufgabe 3: gewinnmaximale Menge:  $x = 15,85$  ME und maximaler Gewinn: 11.525,14 GE