| | | |
|---|---|---|
| | **Analysis: Ökonomische Anwendungen** | Datum: 20. Januar 2021 |

**Steckbrief:** maximaler Gewinn

Funktion: Gewinnfunktion

$G(x) = E(x) - (K(x))$[1]

Ist: der y-Wert vom HP der Gewinnfunktion

Berechnung: Notw. für HP von G(x): $G'(x) = 0$ und

Hinr. Bed. für HP von G(x): $G'(x)=0 \wedge G''(x) < 0$

Den x-Wert für den $G'(x) = 0 \wedge G''(x) < 0$ gilt in G(x) einsetzen.

Bedeutung: Maximal möglicher Gewinn

Was noch: gewinnmaximale Menge wird zur Berechnung zwingend benötigt.

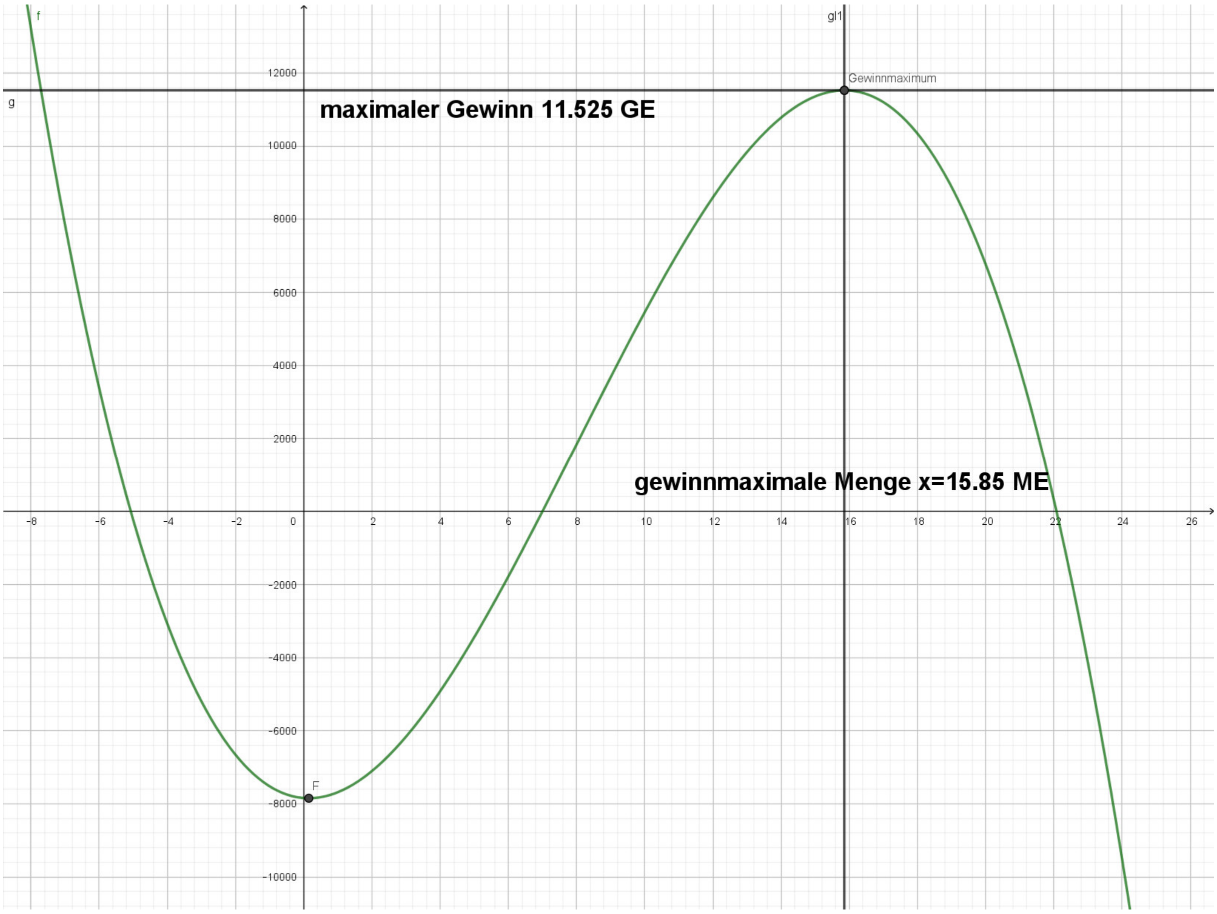
Anmerkung 1: Die gewinnmaximale Menge (x-Wert) bildet zusammen mit dem maximalen Gewinn (y-Wert) das Gewinnmaximum

Ökonomische Bedeutung:

Aufgrund von gegebenen Kosten- und Erlösstrukturen kann mathematisch die Ausbringungsmenge berechnet werden, die für maximalen Gewinn sorgt. Bei Stückzahlen muss gegebenenfalls eine Überprüfung stattfinden, welche Stückzahl optimal ist, wenn es rechnerisch keine natürliche Zahl ergibt, z.B. prüft man x = 15,85 ME den Gewinn für 15 ME und für 15 ME nach und entscheidet dann. Der durch Einsetzen der gewinnmaximalen Menge in die Gewinnfunktion berechnete Wert ist der maximale Gewinn.

[1] Ertragsgesetzliche Kostenfunktionen der Form $K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ vorausgesetzt

Skizze:


f
g
gl1
Gewinnmaximum
maximaler Gewinn 11.525 GE
gewinnmaximale Menge x=15.85 ME
F
12000
10000
8000
6000
4000
2000
-2000
-4000
-6000
-8000
-10000
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
26

## Übungsaufgaben

Aufgabe 1:

Eine Firma erforscht Herstellung von Kunststoffen mithilfe von $CO_2$. Die Forscher sehen $CO_2$ als preisgünstigen Rohstoff in der Herstellung von Polycarbonat-Kunststoffen, der teurere Ausgangsstoffe ersetzen kann. Hieraus ergäbe sich eine Änderung der Kosten- und Erlössituation. Die Gewinnsituation ließe sich dann durch die Funktion G mit
$G(x) = (-x^2 + 10x - 16) \cdot e^{0,2x}$, $x \geq 0$ beschreiben.

a) Berechnen Sie die gewinnmaximale Ausbringungsmenge sowie den maximalen Gewinn.

Aufgabe 2:

Die Rasolux GmbH produziert und vermarktet ein großes Sortiment an Gartengeräten und -maschinen. Darunter ist der Aufsitzmäher Goliath. Da Rasolux viele Mitbewerber hat, muss die GmbH als Polypolist ihre Kosten-, Erlös- und Gewinnsituation aufmerksam verfolgen.

Gehen Sie im weiteren Verlauf von folgender Gesamtkostenfunktion K mit
$K(x) = 10x^3 - 240x^2 + 1920x + 7.840$, $x \in \mathbb{R}$, $0 \leq x \leq 25$ aus. Dabei gibt x die Produktionsmenge in ME und K(x) die Gesamtkosten in GE an.

Der Preis des Aufsitzmähers Goliath ist konstant 1.850 GE/ME. Prüfen Sie die folgenden Behauptungen:

(1) Der größtmögliche Gewinn liegt unter 10 000 GE.

(2) Der maximale Stückgewinn beträgt 770 GE / ME.

Aufgabe 3:

Die CareDisps GmbH stellt Displays für Handys und Tablets und diverse Display-Reparatur-Sets her, die über das Internet vertrieben werden. Für das neu entwickelte Flüssig-Reparatur-Set hat die CareDisps GmbH ein Patent angemeldet. Mithilfe der Funktion K mit $K(x) = \frac{2}{3}x^3 - 10x^2 + 54x + 10$ lassen sich die Gesamtkosten der Produktion des Flüssig-Reparatur-Sets beschreiben. Die Funktion p mit $p(x) = -8 \cdot x + 70$ beschreibt die Preis-Absatz-Funktion. Dabei gibt x die Produktionsmenge in ME, K(x) die Gesamtkosten in GE und p(x) den Verkaufspreis in GE / ME an.

a) Bestätigen Sie, dass sich der Gewinn für jede Ausbringungsmenge x bestimmen lässt durch die Gewinnfunktion $G(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 16x - 10$ .

b) Prüfen Sie, ob bei der Menge, die zu einem Preis von 38 GE/ME abgesetzt wird, der maximale Gewinn erzielt wird.

**Lösungen:**

Aufgabe 1: gewinnmaximale Menge: x = 5,83 ME und maximaler Gewinn: 26,67 GE

Aufgabe 2: (1) gewinnmaximale Menge: x = 15,9 ME und maximaler Gewinn: 11.525,14 GE Bei allen Ausbringungsmengen zwischen 13,15 ME und 18,28 ME wird ein höherer Gewinn als 10.000 GE erzielt => Aussage ist falsch

(2) Gleichung der Stückgewinnfunktion: $g(x) = G(x) / x = -10x^2 + 240x - 70 - 7840/x$ => Untersuchung auf HP ergibt maximalen Stückgewinn von 770 GE/ME bei einem Absatz von 14 ME. => Aussage stimmt.

Aufgabe 3: a) Monopolist: E(x) = p(x)·x und E(x) – (K(x)) = $G(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 16x - 10$

b) p(x) = 38 ⇔ x = 4 und durch Nachrechnen ergibt sich, dass x = 4 die gewinnmaximale Menge ist und damit der Gewinn bei einem Preis von 38 maximal wird.

Alternativ: Cournotscher Punkt CP (4/38) ist die Kombination aus gewinnmaximaler Menge und Preis, bei dem der maximale Gewinn erzielt wird. Dazu muss zunächst die gewinnmaximale Menge wie gewohnt ausgerechnet werden.